

DER PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND XXVI.

I. *Ueber den Einfluss des Druckes auf den
electrischen Leitungswiderstand von Electrolyten;
von J. Fink.*

(Hierzu Taf. V Fig. 1—9.)

Die Beantwortung der Frage, welchen Einfluss eine Aenderung des Druckes auf den Leitungswiderstand von Flüssigkeiten ausübe, haben schon Colladon und Sturm¹⁾ bei Gelegenheit ihrer Untersuchungen über die Compressibilität der Flüssigkeiten versucht. Ihre Versuche sind mit constantem Strome unter Anwendung von Platinelectroden angestellt und nehmen somit auf die Polarisation der Electroden keine Rücksicht. Es kamen drei Electrolyte zur Untersuchung, Wasser, Ammoniak und Salpetersäure. Von ihnen zeigte nur die letztere eine geringe Zunahme des Widerstandes, wenn der Druck von einer Atmosphäre auf dreissig erhöht wurde.

In neuerer Zeit hat Herwig²⁾ die Widerstände von destillirtem Wasser, sowie von Silbernitrat und Kupfersulfat in einigen Lösungen unter verschiedenen Drucken geprüft. Er fand indessen bei 18 Atmosphären, dem grössten von ihm angewandten Drucke, keine bemerkenswerthe Verschiedenheit der Widerstände dieser Flüssigkeiten von ihren Widerständen bei Atmosphärendruck.

Dagegen ist von Lenz³⁾ kürzlich für Quecksilber eine Aenderung des Leitungswiderstandes durch den Druck gefunden worden. Nach seinen Angaben entspricht einer

1) Colladon u. Sturm, Ann. de chim. et de phys. 36. p. 231. 1827.

2) Herwig, Pogg. Ann. 160. p. 110. 1877.

3) Lenz, Beibl. 6. p. 802. 1882.

Druckzunahme von einer Atmosphäre eine Abnahme des Leitungswiderstandes um etwa 0,02 Proc. Diese Zahl bleibt ziemlich constant zwischen Drucken von einer bis sechzig Atmosphären.

Diese Thatsache einerseits, sowie andererseits die Entdeckung des Einflusses, welchen der Druck auf die Viscosität der Flüssigkeiten ausübt¹⁾, liessen vermuthen, dass auch für die Electrolyte eine Einwirkung des Druckes auf ihren Leitungswiderstand gefunden werden könne, wenn man nur grössere Drucke als die von den früheren Beobachtern verwandten in Anwendung bringen würde. Zugleich durfte man hoffen, hierbei Thatsachen zu finden, welche zu einer Erklärung des Vorganges bei der Electricitätsleitung in Electrolyten etwas beitragen könnten.

Auf Anregung meines verehrten Lehrers, Hr. Prof. Dr. Röntgen, ist von mir die vorliegende Untersuchung über diesen Gegenstand in dem physikalischen Laboratorium der hiesigen Universität ausgeführt worden. An dieser Stelle sage ich Hr. Prof. Dr. Röntgen meinen herzlichsten Dank für seine bei der Ausführung dieser Arbeit stets gern gewährte Unterstützung.

1. Die Apparate.

Bei der hier vorliegenden Untersuchung durfte man aus zwei Gründen auf bessere Resultate hoffen, als sie die früheren Arbeiten über denselben Gegenstand ergeben hatten. Einerseits war von Hr. F. Kohlrausch durch die Anwendung der Wechselströme zur Widerstandsbestimmung electrolytischer Leiter eine bequeme Methode zur Bestimmung des Leitungswiderstandes geschaffen worden, deren Anwendbarkeit sich in zahlreichen Fällen bewährt hat. Andererseits lag in der von Cailletet zur Verflüssigung der Gase construirten Compressionspumpe ein Apparat vor, mit dessen Hülfe sich leicht sehr hohe Drucke herstellen liessen. Da eine solche Pumpe sich im Besitz des hiesigen physikalischen

1) W. C. Röntgen, Wied. Ann. 22. p. 510. 1884 u. E. Warburg u. J. Sachs, *ibid.* p. 518.

Institut befindet, so war ich in dieser Beziehung bei der Ausführung meiner Versuche in der günstigsten Lage.

a. Widerstandsbestimmung. Zur Bestimmung des Widerstandes diente eine Brückenwalze mit Telephon und Inductor, wie sie von F. Kohlrausch¹⁾ angegeben ist. Die Apparate sind von Hrn. Eugen Hartmann in Würzburg bereits vor längerer Zeit bezogen worden. Zum Treiben des Inductors dienten zwei kleine Bunsen'sche Elemente.

Der Draht der Brückenwalze wurde mit Hilfe eines ihm parallel geschalteten Siemens'schen Stöpselrheostaten calibrirt²⁾, nachdem vorher die Correctionen des letzteren genau ermittelt worden waren. Hierzu konnten Wechselströme und das Telephon verwandt werden. Die auf diese Weise für neun Stellen des Brückendrahtes ermittelten Correctionen wurden als Ordinaten mit den zugehörigen Einstellungen des Contactröllchens als Abscissen in Coordinatenpapier eingetragen und durch eine Curve verbunden. Aus dieser graphischen Darstellung konnte für eine beliebige Einstellung des Contactröllchens die zugehörige Correction entnommen werden.

Die Constanz der so ermittelten Correctionen des Brückendrahtes wurde öfter dadurch geprüft, dass man zwei nahezu gleiche Widerstände (zwei Hunderter eines Siemens'schen Stöpselrheostaten) mit Hilfe der Walze verglich, beide alsdann vertauschte und eine neue Vergleichung derselben vornahm. Das Mittel aus den beiden Einstellungen ergibt dann die Stelle des Brückendrahtes, welche denselben in zwei Theile von gleichem Widerstande theilt. Wäre der Draht vollkommen cylindrisch und homogen, so müsste sie auf den Theilstrich 500 fallen, wenn man die ganze Länge des Drahtes zu 1000 Theilen rechnet. Da dies im allgemeinen nicht der Fall ist und auch hier nicht der Fall war, so folgt aus ihr die Correction für den Theilstrich 500. Es fand sich nun, dass diese Stelle, welche als Mittel aus den beiden Einstellungen erhalten worden war, und mit ihr die Correction

1) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 11. p. 653. 1880.

2) F. Kohlrausch, Leitfaden der prakt. Physik. 5. Aufl. p. 240.

für den Theilstrich 500 nicht constant blieben, sondern der Zeit nach um kleine Beträge sich änderten, offenbar infolge eines variablen Uebergangswiderstandes an der Contactstelle zweier der Metallstücke, durch welche die Verbindungen der einzelnen Theile der Brückenwalze hergestellt sind. Solange diese Aenderungen klein blieben, wurden sie in Rechnung gezogen unter der Voraussetzung, dass sich die Correctionen aller anderen Stellen des Brückendrahtes dieser einen, öfter controlirten Correction des Theilstriches 500 proportional ändern. Diese Annahme schien bei der Kleinheit der Aenderungen erlaubt zu sein. Ihre Richtigkeit wurde bestätigt durch eine später vorgenommene Neucalibrirung des Brückendrahtes; es zeigte sich, dass die hierbei gefundenen und die aus der Aenderung des Theilstriches 500 berechneten Correctionen nur um Beträge differirten, die innerhalb der Grenzen der Versuchsfehler lagen.

Erst als sich bedeutende Abweichungen in den Werthen der Correction des Theilstriches 500 einstellten, wurden alle Verbindungsschrauben der Brückenwalze innerhalb und ausserhalb des Kastens fest angezogen und der Brückendraht selbst mit feinstem Schmirgelpapier gereinigt. Hierbei zeigte es sich in der That, dass durch das Austrocknen des Holzes des Brückenkastens einige der Schrauben gelockert worden waren. Die jetzt nochmals in derselben Weise, wie früher, vorgenommene Calibration des Brückendrahtes lieferte selbstverständlich ein wesentlich anderes Resultat. Seit dieser Zeit ist, wie sich aus der öfter controlirten Correction des Theilstriches 500 und aus einer nach Beendigung der sämtlichen Versuche nochmals ausgeführten Neucalibration ergab, keine Aenderung des Calibers mehr eingetreten.

Der Widerstandssatz der Brückenwalze wurde mit demselben Siemens'schen Rheostaten verglichen, der auch zur Calibration des Brückendrahtes gedient hatte. Während alle anderen Widerstände des Satzes kleine Correctionen besaßen, zeigte der Zehner einen Fehler, der mehrere Procente betrug. Als nach dem Oeffnen des Brückenkastens und dem Anziehen der Verbindungsschrauben eine nochmalige Vergleichung mit dem Siemens'schen Rheostaten vorgenommen

wurde, zeigte es sich, dass, während sich die Correctionen der anderen Widerstände nur um geringe Beträge geändert hatten, der Zehner fast genau seinen richtigen Betrag erlangt hatte. Hierdurch irregeleitet, habe ich es leider versäumt, während der weiteren Untersuchungen die Constanz der Fehler des Widerstandssatzes, insbesondere des Zehners, durch öfteres Vergleichen mit dem Siemens'schen Rheostaten zu prüfen, bis ich durch plötzliche Aenderungen in der Einstellung während eines Beobachtungssatzes auf die Möglichkeit aufmerksam wurde, dass bei dem Zehner wieder ein Contactfehler vorliegen könnte, der durch die Temperatur und andere Nebenumstände geändert würde. Eine alsbald vorgenommene abermalige Vergleichung ergab in der That, dass der Zehner von neuem seinen Betrag um fast 2 Proc. geändert hatte; die Beträge der übrigen Stücke des Widerstandssatzes waren dieselben geblieben.

Durch diese Veränderlichkeit des Zehners dürften sich die Abweichungen meiner Beobachtungen von älteren Beobachtungen, wie sie in Tab. II des fünften Abschnittes aufgestellt sind, theilweise wenigstens erklären. Der unsichere Zehner wurde benutzt bei sämtlichen Versuchen mit den Salzsäuren bei 0° C., sowie bei den Versuchen mit Chlor-natrium in Lösungen von mehr als 5 Proc. Gehalt bei 0° C. und 18° C. Im weiteren Laufe der Versuche wurde derselbe durch den Zehner eines Siemens'schen Rheostaten ersetzt. Während somit die Widerstände der oben angeführten Lösungen fehlerhaft sein können, ist dies sicher nicht der Fall bei den Angaben über die Aenderungen des Leitungswiderstandes mit dem Druck (die Grössen q der Tab. I des fünften Abschnittes). Denn diese sind in Procenten des Widerstandes bei Atmosphärendruck ausgedrückt und als frei von solchen Fehlern zu betrachten, da während eines Beobachtungssatzes keine Aenderungen des Rheostaten eintraten, was stets an der Uebereinstimmung des zu Anfang und des am Schlusse des Beobachtungssatzes bestimmten Leitungswiderstandes bei Atmosphärendruck erkannt werden konnte.

b. Die Druckmessung. Zur Erzeugung des Druckes diente, wie schon oben erwähnt, eine Cailletet'sche Pumpe

neuerer Construction, deren Einrichtung wohl als bekannt vorausgesetzt werden kann. Zur Druckmessung diente das der Pumpe beigegebene Bourdon'sche Manometer. Dasselbe war von 20 zu 20 Atmosphären getheilt und erlaubte somit, auf 2 Atmosphären genau einzustellen.

Inwieweit sich die Angaben dieses Manometers mit der Temperatur und anderen Nebenumständen ändern, ist nicht geprüft worden. Ebenso wurde nicht controlirt, ob die an dem Manometer angegebene Atmosphärenzahl jedesmal auch dem wirklich vorhandenen Drucke entspricht.

Dagegen wurde das Manometer auf Proportionalität seines Ganges für die Drucke von 100 und 200 Atmosphären geprüft. Es hatte sich nämlich bei fast allen Flüssigkeiten, die zur Untersuchung gelangten, gezeigt, dass die Aenderung ihres Leitungswiderstandes durch eine Compression von einer Atmosphäre auf 100 eine unverhältnissmässig grössere war, als die gleiche Aenderung für eine Compression von 100 Atmosphären auf 200, resp. von 200 auf 300. Dies liess vermuthen, dass der Gang des Manometers bis 200 Atmosphären nicht dem wirklich vorhandenen Drucke proportional sei. Um dies zu ermitteln, wurde eine Cailletet'sche Glasröhre, wie solche zur Condensation der Gase dienen, mit Luft gefüllt und in den Eisenblock der Pumpe eingesetzt. Letzterer war mit Quecksilber gefüllt worden. Das herausragende Ende der Röhre war mit einer auf Papier gezeichneten Millimeterscala versehen worden. Es wurde nun mehrmals auf 100 und 200 Atmosphären mit Hülfe des Bourdon'schen Manometers eingestellt und der Stand der Quecksilberkuppe in der Röhre an der Millimeterscala abgelesen. Das herausragende Röhrenende wurde alsdann abgeschnitten und die Volumina, welche die Luft bei 100 und 200 Atmosphären (nach den Angaben des Bourdon'schen Manometers) innegehabt hatte, durch Auswägung mit Quecksilber unter Berücksichtigung des Einflusses des Meniscus ermittelt. In der That fand sich für das Verhältniss dieser beiden Volumina nicht der Werth 2 : 1, sondern 2 : 1,09. Indem nun angenommen wurde, dass die Angabe des Manometers, wenn es 200 Atmosphären anzeigt, richtig sei, ist im Folgenden für

die Angabe von 100 Atmosphären ein Druck von 109 Atmosphären gesetzt worden. Der regelmässige Verlauf der Curven (Fig. 2—7) zeigt, dass diese Annahme mit bestem Erfolge gemacht wurde.

c) Das Widerstandsgefäss. Der Eisenblock der Cailletet'schen Pumpe nimmt das Widerstandsgefäss auf, wie es in Fig. 1 in $\frac{1}{3}$ natürlicher Grösse gezeichnet ist. Dasselbe besteht aus dem cylindrischen Glasgefässe *a* von ungefähr 33 ccm Inhalt, an das oben die dickwandige Capillarröhre *c* angeschmolzen ist. Durch letztere führt von aussen ein Platindraht *p* zu der oberen Electrode *e*, einem Cylinder aus Platinblech. Die Capillarröhre *c* ist oberhalb der Stelle, wo sie an das Glasgefäss angeschmolzen ist, auf eine Strecke von 4 cm innen zugeschmolzen, wodurch ein genügend starker Abschluss des Gefässes nach oben hin erzielt wird. Oberhalb dieser Strecke ist sie zu einem Wulste verdickt, mit dem sie sich an eine Messingfassung *m* von der Beschaffenheit anlehnt, wie solche zur Fassung der Cailletet'schen Glasröhren verwendet werden. Letztere ist an dieser Stelle etwas conisch erweitert, sodass sie sich der Form des Wulstes möglichst anpasst. Der Raum zwischen der Messingfassung und der Glasröhre, sowie die ganze untere Höhlung der ersteren sind sorgfältig mit Kitt (Marineleim) ausgefüllt.

Der untere Theil des cylindrischen Glasgefässes *a* verjüngt sich zu einer engen, unten offenen Röhre *g*. Er enthält ferner die zweite Electrode *e'*, die von gleicher Beschaffenheit ist, wie die obere Electrode. Der zu *e'* führende Platindraht *p'* ist in die Wand des Glasgefässes eingeschmolzen und, soweit er innerhalb des letzteren verläuft, mit einem Glasflusse überzogen.

Die Verbindung der beiden Electroden *e* und *e'* mit den zu ihnen führenden Platindrähten *p* und *p'* ist durch festes Vernieten hergestellt, da es nicht rathsam schien, ein Loth hierzu zu verwenden, das vielleicht bei der Untersuchung ätzender Substanzen hätte eine Störung verursachen können.

Ueber das Glasgefäss ist eine messingene Schutzhülse *h* geschoben, die zugleich dazu dient, die Inductionsströme zu der unteren Electrode *e'* zu leiten. Sie steht nämlich einer-

seits in metallischer Verbindung mit der Messingfassung m durch die beiden Messingdrähte q und q' . Diese sind mit ihren oberen Enden in die Messingfassung fest eingeschraubt, während ihre unteren Enden in zwei messingenen Halbringen r und r' stecken, die ihrerseits an die Schutzhülse h durch drei (nicht in der Figur gezeichnete) Messingschraubchen befestigt sind. In die Löcher, durch welche die Messingdrähte in die Halbringe gesteckt sind, sind kleine Platinbleche eingelöthet. Sie bieten den Enden der Messingdrähte blanke, vor Oxydation geschützte Flächen dar, an welche erstere durch zwei kleine Messingschraubchen angedrückt werden, wie dies aus der Figur ersichtlich ist. Die so zwischen den beiden Messingdrähten und der Schutzhülse durch die beiden Halbringe hergestellte Verbindung kann leicht gelöst und auch rasch und sicher wieder hergestellt werden.

Andererseits trägt das untere Ende der Schutzhülse einen Messingring s , der durch drei Schraubchen, die nicht in der Figur gezeichnet sind, gehalten wird. Durch eine Durchbohrung dieses Ringes ist der zur unteren Electrode e' führende Platindraht p' gesteckt. Auch hier ist in die Durchbohrung ein kleines Platinblech eingelöthet, an das der Platindraht durch ein besonderes Schraubchen n von aussen angedrückt wird.

So ist die Messingfassung m durch die beiden Messingdrähte qq' , die Halbringe rr' , die Schutzhülse h , den Ring s und den Platindraht p' in metallischer Verbindung mit der unteren Electrode e' . Von den beiden Zuleitungsdrähten, welche das Widerstandsgefäß mit der Brückenwalze verbinden, kann daher der eine mit einer Klemmschraube an den Kupferdraht x , welcher an die Messingfassung m angelöthet ist, befestigt werden. Der zweite Zuleitungsdraht wird mit dem zur oberen Electrode e führenden Platindrahte p verbunden. Letzterer ist am Ende der Capillarröhre c in das Glas eingeschmolzen. Ueber das Röhrende ist ein kleiner Kork aufgestülpt und mit Siegelack festgekittet. Er dient dazu, den durch ihn hindurchgehenden Platindraht vor dem Abbrechen zu bewahren. An den Platindraht ist ein dicker, in der Figur nicht gezeichneter Kupferdraht ange-

löthet, an welchen der zweite, zur Brückenwalze führende Zuleitungsdraht angesetzt wird.

Die Schutzhülse h besitzt unmittelbar oberhalb des Ringes s zwei rechteckige Ausschnitte, welche den Zweck haben, das Eindringen des Regenwassers, mit welchem der übrige Raum im Inneren des Eisenblockes ausgefüllt wird, in den zwischen Glasgefäß und Schutzhülse vorhandenen Zwischenraum zu ermöglichen.

In den unteren Messingring s ist ein Gläschen eingekittet, welches mit chemisch reinem Quecksilber gefüllt wird. Letzteres dient als Abschluss der in dem Widerstandsgefässe befindlichen Flüssigkeit von dem umgebenden Regenwasser. Der Abstand der unteren Electrode e' von der oberen Oeffnung der Röhre g ist so gross gewählt, dass bei einer Compression von einer auf 500 Atmosphären, selbst wenn man der Flüssigkeit in dem Widerstandsgefäss eine Compressibilität gleich der des reinen Wassers zuschreibt — ein Fall, der bei den hier mitgetheilten Versuchen nie eintrat —, doch das Quecksilber noch reichlich 8 mm von der unteren Electrode entfernt bleibt. Da ferner der Platindraht p' , soweit er innerhalb des Widerstandsgefässes verläuft, mit Glasfluss überzogen ist, so kommt das beim Comprimiren in das Gefäss eintretende Quecksilber mit keinem Theile der unteren Electrode in Berührung. Die Beschaffenheit der letzteren wird also durch das Eindringen des Quecksilbers nicht geändert. Auch durch einen besonderen Versuch habe ich mich von der Richtigkeit dieser Annahme überzeugt. Es wurde nämlich der Leitungswiderstand von destillirtem Wasser, welches mit einigen Tropfen Schwefelsäure angesäuert war, bei einer und bei 500 Atmosphären Druck bestimmt, während einmal Quecksilber, das andere mal Schwefelkohlenstoff als Abschluss des Widerstandsgefässes benutzt wurden. In beiden Fällen erhielt man genau dieselben Werthe für die Widerstände.

Wenn eine Füllung des Widerstandsgefässes mit einer zu untersuchenden Flüssigkeit vorgenommen werden soll, so nimmt man zunächst alle entfernbaren Theile, nämlich den Ring s mit dem Quecksilberabschluss, die Schutzhülse und

die beiden oberen Halbringe ab; man kehrt dann das Gefäss um, sodass die Oeffnung der Röhre g nach oben zeigt, und giesst durch letztere mit Hülfe eines Trichters, dessen Röhre in eine dünnwandige Capillare ausgezogen ist, die zu untersuchende Flüssigkeit ein. Luftbläschen, die sich zwischen den Electroden und der Glaswand leicht anzusetzen pflegen, werden sorgfältig durch Neigen des Gefässes und leichtes Klopfen gegen die Glaswand entfernt. Ist das Gefäss in dieser Weise vollkommen gefällt, so wird es abermals umgedreht, sodass jetzt die Röhre g wieder nach unten kommt. Die vorher abgenommenen Theile werden hierauf wieder angesetzt, nachdem vorher alle Schraubchen und Contactstellen, an welchen ein Uebergang der Inductionsströme stattfindet, sorgfältig mit Schmirgelpapier gereinigt worden waren. Selbstverständlich wurde ferner bei jeder neuen Füllung des Gefässes auch das Quecksilber des Quecksilberabschlusses erneuert.

Um das Widerstandsgefäss zu entleeren, bringt man es in eine solche Stellung, dass die Röhre g sich unten befindet, und kann dann nach Entfernung der abnehmbaren Theile mit Hülfe einer durch die Röhre g eingeführten dünnen Capillarröhre die Flüssigkeit aus dem Gefässe herausaugen.

Die beiden Electroden e und e' sind von mir platinirt worden. Nach Vollendung der Platinirung wurden sie gründlich mit Wasser abgespült, und die letzten, noch an ihnen haftenden Reste von Platinchlorid nach der Angabe von W. Kohlrausch¹⁾ dadurch entfernt, dass die Inductionsströme so lange durch das Gefäss geleitet wurden, bis sich die Widerstandscapacität desselben als constant erwies.

Die Grösse der Electrodenflächen dürfte nach den Angaben von F. Kohlrausch den Einfluss der Polarisation auf die Widerstandsmessung verschwinden lassen. Denn schon bei 1 qcm gut platinirter Electrodenfläche ist nach F. Kohlrausch²⁾ der Einfluss der Polarisation auf die Genauigkeit der Widerstandsbestimmung ein sehr geringer. Rechnet man nun bei den Electroden des hier verwandten

1) W. Kohlrausch, Wied. Ann. 17. p. 72. 1882.

2) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. Jubelbd. p. 301. 1874.

Apparates nur die innere Fläche der Platincylinder als wirk-same Electrodenfläche, da die äussere Fläche derselben sich der Glaswand enge anschliesst, so beträgt die Oberfläche jeder Electrode 10,7 qcm, eine Grösse, die wohl einen merklichen Einfluss der Polarisirung ausschliessen dürfte. In Betreff einiger Versuche, welche bestätigen, dass durch eine etwa vorhandene Polarisirung der Electroden die Genauigkeit der Widerstandsmessung nicht gestört wird, sei auf den folgenden Abschnitt verwiesen.

Bei den hier mitgetheilten Versuchen sind zwei solche Widerstandsgefässe, wie sie im Vorhergehenden beschrieben worden sind, benutzt worden, nachdem vier andere bei den Vorversuchen infolge des sehr hohen Druckes, den sie zu erleiden hatten, zersprungen waren. Das im Folgenden mit I bezeichnete Gefäss diente zur Widerstandsbestimmung der sämmtlichen Lösungen bei 0° C. und der Chlornatriumlösungen bei 18° C. Nachdem es infolge eines Bruches des Theiles *a* unbrauchbar geworden war, wurden die Zinksulfatlösungen und die Salzsäuren bei 18° C. in dem mit II bezeichneten Gefässe untersucht. Sämmtliche Widerstandsgefässe sind, soweit sie aus Glas bestehen, von Hrn. F. Müller in Bonn bezogen worden, während das Einkitten in die Messingfassung und das Platiniren der Electroden von mir ausgeführt worden ist.

Infolge des starken Druckes, dem die Gefässe ausgesetzt waren, trat bei beiden ein Abbrechen der dickwandigen Capillarröhre oberhalb des Wulstes an der Stelle ein, wo sich der letztere gegen den engen Theil der Bohrung der Messingfassung anlehnt. Da aber in beiden Fällen die Kitzung zwischen Messingfassung und dickwandiger Capillarröhre sich noch bei einem Drucke von 500 Atmosphären als vollkommen dicht erwies, und, wie ich mich durch den Versuch überzeugte, eine Nebenschliessung zwischen dem Platindraht *p* und der Messingfassung *m* hierbei nicht entstanden war, so wurden beide Gefässe noch zu weiteren Messungen benutzt, und nur der Kitt in der unteren Höhlung der Messingfassung erneuert.

Um ein scharfes Tonminimum im Telephon hervorzu-

bringen, war es bei den meisten Widerstandsmessungen nöthig, hinter das Widerstandsgefäss eine kleine Drahtspule in denselben Zweig der Brücke einzuschalten, wie dies schon Wietlisbach¹⁾ gethan hat. Es kamen zwei solche Spulen zur Verwendung, eine grössere von 56 Windungen und eine kleinere von 48 Windungen. Beide bestanden aus gewöhnlichem, mit Seide übersponnenem Kupferdraht, der auf einen 7 mm dicken Eisenkern aufgewickelt war. Letzterer ist von den Drahtwindungen durch eine dünne Papierhülse getrennt. Die grössere Spule wurde bei allen Versuchen, die mit Gefäss I vorgenommen wurden, benutzt, während die kleinere Spule bei den Widerstandsmessungen der Salzsäuren bei 18° C., die in Gefäss II angestellt wurden, eingeschaltet war. Bei den mit den Zinksulfatlösungen bei 18° C. in Gefäss II angestellten Versuchen war keine Spule nöthig. Der Widerstand der grösseren Spule betrug 0,088 Siemenseinheiten, der der kleineren Spule 0,046 S.-E.

Der Widerstand der Metalltheile der Widerstandsgefässe, der sich im wesentlichen aus den Widerständen der Platin-drähte p und p' , der Messingdrähte q q' und des Kupferdrahtes x zusammensetzt, wurde folgendermassen bestimmt. Bei dem Gefässe I wurden nach dessen Zerspringen die einzelnen Theile durch Quecksilberverbindungen verbunden und ihr Gesamtwiderstand direct bestimmt. Er wurde zu 0,244 S.-E. gefunden. Um dieselbe Grösse für das Widerstandsgefäss II zu ermitteln, wurden in demselben drei Chlornatriumlösungen, deren Widerstände bereits in dem Gefässe I bei 18° C. bestimmt worden waren, bei derselben Temperatur und unter Atmosphärendruck untersucht. Hierbei war die kleine Drahtspule eingeschaltet. Ist nun w_1 der Widerstand einer Flüssigkeit gemessen in Gefäss I bei 18° C. nach Abzug des Widerstandes der Metalltheile des Gefässes und w_2 der Widerstand derselben Flüssigkeit bei derselben Temperatur gemessen in Gefäss II inclusive des Widerstandes der Metalltheile des Gefässes II und der eingeschalteten Drahtspule, und bezeichnet man diesen letzteren Widerstand mit d und

1) Wietlisbach; Berl. Monatsber. 1879. p. 278.

mit c das Verhältniss der Widerstandscapacität des Gefässes II zu der Widerstandscapacität des Gefässes I, so ist:

$$w_2 = c \cdot w_1 + d.$$

Für die drei Chlornatriumlösungen waren folgende Werthe von w_1 und w_2 gefunden worden:

Procentgehalt	w_1	w_2	Temp.
9,90	24,432 S.-E.	24,499 S.-E.	18° C.
19,60	15,529	15,730	"
26,39	14,081	14,294	"

Hieraus ergeben sich die drei Gleichungen:

$$(I) \quad 24,499 = 24,432 \cdot c + d,$$

$$(II) \quad 15,730 = 15,529 \cdot c + d,$$

$$(III) \quad 14,294 = 14,081 \cdot c + d.$$

$$\text{Aus (I) und (II) folgt: } c = 0,985 \quad d = 0,435,$$

$$\text{aus (I) und (III): } c = 0,986 \quad d = 0,412,$$

$$\text{Mittel: } c = 0,985 \quad d = 0,423.$$

In d ist der Widerstand der kleinen Drahtspule mit inbegriffen. Derselbe betrug 0,046 S.-E.; somit bleibt für den Widerstand der Metalltheile des Widerstandsgefässes II der Werth 0,377 S.-E.

d) Die Temperaturmessung. Zur Erzeugung einer constanten Temperatur innerhalb des Eisenblockes der Pumpe wird derselbe in ein grosses, etwa 40 l haltendes Bad eingesetzt. Zu den Versuchen bei 0° C. konnte in fast allen Fällen schmelzender Schnee zur Füllung dieses Bades verwendet werden; nur in zwei Fällen musste man hierzu zerkleinertes Eis nehmen. Bei den in der Nähe von 18° C. angestellten Versuchen wurde das Bad mit Wasser von dieser Temperatur gefüllt und die Constanz der letzteren dadurch erzielt, dass mit Hülfe eines in der Nähe des Bades aufgehängten Thermometers die Lufttemperatur im Beobachtungszimmer auf nahezu derselben Höhe erhalten wurde. Die Temperaturschwankungen des Bades während eines ganzen Versuches betrugen nie mehr als höchstens zwei Zehntel Celsiusgrade.

Zur Bestimmung dieser Temperatur diente ein Geissler'sches Thermometer, das auf Fünftelgrade getheilt war,

und somit beim Ablesen mit der Lupe Fünfzigstelgrade noch sicher schätzen liess. Dieses Thermometer wurde, da seine Scala nicht bis 100° reichte, für Temperaturen von $14-22^{\circ}$ im Wasserbade mit einem anderen, vorher genau calibrierten Thermometer verglichen. Die Correctionen des letzteren waren in gewöhnlicher Weise durch Verschieben eines Quecksilberfadens, sowie durch Bestimmung des Eis- und Siedepunktes ermittelt worden.

Die Temperatur des Rheostaten wurde an einem in den Kasten der Brücke gesteckten Thermometer abgelesen. Die Correctionen dieses auf einzelne Celsiusgrade getheilten Thermometers konnten bei ihrer Kleinheit vernachlässigt werden.

2. Vorversuche.

Nachdem mit dem Apparate bei einer Chlornatriumlösung und bei angesäuertem Wasser ein Einfluss des Druckes auf den Leitungswiderstand dieser Substanzen gefunden war, wurde die Untersuchung der Nebenumstände begonnen, welche einen Einfluss auf die Resultate der Messungen haben konnten. Es sind wesentlich drei Dinge, welche einen solchen Einfluss äussern können, nämlich die Verringerung, welche das Volumen des Widerstandsgefässes durch den Druck erleidet, die bei einer Druckerhöhung auftretende Compressionswärme und eine etwa vorhandene Polarisation der Electroden.

Die durch die Volumänderung des Gefässes bei der Compression hervorbrachte Aenderung des Leitungswiderstandes braucht nicht berücksichtigt zu werden. Denn nimmt man an, dass die Aenderung des Volumens durch den Druck nach allen Seiten gleichmässig geschieht, und bezeichnet man mit δ die Volumänderung der Volumeinheit hervorgebracht durch eine Druckerhöhung von einer Atmosphäre, so ist die Aenderung der Längeneinheit durch denselben Druck gleich $\delta/3$. Ist weiterhin l die Länge, q der Querschnitt der zwischen den Electroden befindlichen Flüssigkeitssäule und s deren specifischer Leitungswiderstand bei Atmosphärendruck, so ist bekanntlich:

$$w = s \cdot \frac{l}{q}$$

der Widerstand der Flüssigkeit bei Atmosphärendruck. Wird nun die Flüssigkeit comprimirt, sodass ihr Druck auf 500 Atmosphären steigt, so wird durch die hierbei stattfindende Volumänderung ihr Widerstand geändert in:

$$w' = s \frac{l \left(1 - \frac{\delta}{3} \cdot 500 \right)}{q \left(1 - \frac{\delta}{3} \cdot 500 \right)^3} = s \frac{l}{q} \left(1 + \frac{\delta}{3} \cdot 500 \right).$$

Unter Benutzung des von Wertheim für δ angegebenen Werthes $\delta = 0,000\,003\,30$ ergibt sich:

$$w' = s \frac{l}{q} (1 + 0,000\,55).$$

Die Volumänderung, welche das Glasgefäss bei einer Druckerhöhung um 500 Atmosphären erfährt, ändert also den Leitungswiderstand der in dem Gefässe enthaltenen Flüssigkeit nur um 0,055 Proc. Der bei der Vernachlässigung dieser Aenderung begangene Fehler ist bedeutend kleiner, als die bei der Widerstandsmessung selbst vorkommenden Versuchsfehler. Daher ist im Folgenden auf diese Aenderung des Leitungswiderstandes mit dem Drucke keine Rücksicht genommen.

Ueber den Einfluss der Compressionswärme auf den Widerstand der zu untersuchenden Flüssigkeit kann man sich leicht aus den Aenderungen, die der Widerstand selbst unmittelbar nach der Compression und in der folgenden Zeit erfährt, Rechenschaft verschaffen. Erhöht man beispielsweise den Druck von einer Atmosphäre auf 500 und untersucht den Widerstand der Flüssigkeit unmittelbar nach der Compression, sowie nach 5, 10, 15 Minuten u. s. w., so zeigt es sich, dass der unmittelbar nach der Compression beobachtete Widerstand nicht constant bleibt, sondern allmählich zunimmt. Ein Theil der durch die Compression erzeugten Aenderung des Widerstandes wird nämlich durch die bei der Compression entstandene Erwärmung der Flüssigkeit verursacht. Indem nun in der folgenden Zeit ein Ausgleich der Temperatur im Inneren des Eisenblockes mit der Temperatur des ihn umgebenden Bades eintritt, steigt jetzt der Leitungswiderstand der Flüssigkeit. Indessen schon nach

V
2
61
8
8
5

XUM

10 Minuten ist fast keine Aenderung des Leitungswiderstandes mehr zu bemerken. 15 Minuten nach der Compression bleibt derselbe, wenn nur die Pumpe genügend dicht und die Badtemperatur constant bleibt, vollkommen un geändert. Aus der grossen Zahl solcher Versuche, die mit fast jeder Lösung angestellt wurden, sollen hier zwei angeführt werden.

Salzsäure.

Procentgehalt: 25,34. Temperatur: 0° C.

Druck	Einstellung der Walze	Bemerkungen			
500 Atm.	388,9	Unmittelbar nach der Compression.			
"	387,8	5 Minuten	"	"	"
"	388,5	10	"	"	"
"	388,7	15	"	"	"
"	388,7	20	"	"	"

Bei dem folgenden Versuche ist der umgekehrte Weg eingeschlagen worden. Nachdem der Druck etwa eine halbe Stunde lang auf 500 Atmosphären erhalten worden war, wurde er auf Atmosphärendruck erniedrigt. Auch hier ist der Einfluss der durch das Nachlassen des Druckes entstandenen Abkühlung der Flüssigkeit auf deren Leitungswiderstand nach 15 Minuten vollkommen verschwunden.

Zinksulfat.

Procentgehalt: 9,67. Temperatur: 0° C.

Druck	Einstellung der Walze	Bemerkungen			
1 Atm.	605,8	Unmittelbar nach dem Nachlassen.			
"	603,6	5 Minuten	"	"	"
"	603,1	10	"	"	"
"	602,9	15	"	"	"
"	602,9	20	"	"	"

Auch ein Versuch, der in derselben Weise mit destillirtem Wasser, welches mit einigen Tropfen Schwefelsäure angesäuert war, bei 0 und 18° angestellt wurde, ergab dasselbe Resultat. 15 Minuten nach einer Compression von 1 auf 500 Atm. oder nach dem Nachlassen des Druckes von

500 auf 1 Atm. blieb der Widerstand vollkommen constant. Für beide Temperaturen wurde eine Abnahme des Widerstandes bei einer Erhöhung des Druckes gefunden. Da nun durch die Compression bei 0° C. eine Erkältung der Flüssigkeit, bei 18° C. dagegen eine Erwärmung eintrat, so konnte die durch Druckzunahme bewirkte Aenderung des Leitungswiderstandes, welche in beiden Fällen in einer Abnahme des letzteren bestand, nicht etwa von einem Reste der aufgetretenen Compressionswärme herrühren, sondern musste als directe Einwirkung des Druckes auf den Leitungswiderstand angesehen werden.

Aus diesen Versuchen geht hervor, dass man den Einfluss der Compressionswärme auf die Widerstandsmessung bei dem hier verwandten Apparate leicht dadurch unschädlich machen kann, dass man nach einer Druckerhöhung von 1 auf 500 Atmosphären 15 Minuten verstreichen lässt, bevor man die Bestimmung des Widerstandes vornimmt. Bei Aenderungen des Druckes um nur 100 Atmosphären genügt es, wenn man nur 10 Minuten wartet, bevor man den Widerstand bestimmt. Auch von der Richtigkeit dieser Annahme habe ich mich in der gleichen Weise überzeugt, wie dies oben für die Druckänderungen von 500 Atmosphären angegeben ist.

Um den Einfluss einer etwa vorhandenen Polarisation der Electroden auf die Genauigkeit der Widerstandsmessung festzustellen, wurde, wie dies in ähnlicher Weise von F. Kohlrausch und von Grotrian ausgeführt worden ist, der Widerstand einer Flüssigkeit (25,34-procentige Salzsäure) bei Atmosphärendruck sowohl mit dem Hartmann'schen Inductor, als auch mit Hülfe eines Schlittenapparates untersucht. Im ersten Falle wurden einmal zwei, das andere mal vier Bunsen'sche Elemente zum Treiben des Inductors verwandt. Im Folgenden soll eine Zusammenstellung der in dieser Weise angestellten Versuche gegeben werden. Die in der Rubrik „Einstellung der Walze“ angeführten Zahlen sind die Mittel aus je vier wirklich vorgenommenen Einstellungen.

Salzsäure.

Procentgehalt: 25,34. Temperatur: 17,97° C.

Einstellung der Walze	Bemerkungen
313,95	Inductor von Hartmann getrieben von 2 Bunsen; die Rollen sind nebeneinander geschaltet.
314,00	Inductor von Hartmann getrieben von 2 Bunsen; Rollen hintereinander geschaltet.
314,00	Inductor von Hartmann getrieben von 4 Bunsen; Rollen nebeneinander geschaltet.
314,05	Inductor von Hartmann getrieben von 4 Bunsen; Rollen hintereinander geschaltet.
314,00	Schlittenapparat getrieben von 2 Bunsen; die Rollen stecken vollständig ineinander.
314,02	Schlittenapparat getrieben von 2 Bunsen; innere Rolle halb herausgezogen.
313,97	Schlittenapparat getrieben von 2 Bunsen; innere Rolle fast ganz herausgezogen.
313,95	Schlittenapparat getrieben von 2 Bunsen; beide Rollen stecken vollständig ineinander. Die Zahl der Unterbrechungen ist so verlangsamt, dass man die Unterbrechungen mit dem Ohre deutlich unterscheiden kann.

Aus den links stehenden Zahlen dieser Tabelle folgt, dass sowohl die Intensität der Wechselströme, als auch die Anzahl der Unterbrechungen derselben in der Zeiteinheit keinen Einfluss auf die Widerstandsmessung ausüben, der die Beobachtungsfehler übersteigt; denn die grösste, unter den obigen Zahlen vorkommende Differenz von 0,1 Scalentheilen entspricht einer Aenderung des Widerstandes von noch nicht 0,05 Proc. Ein merklicher Einfluss der Polarisation auf die Genauigkeit der Widerstandsmessung ist also nicht vorhanden.

Die sämtlichen Versuche sind übrigens bei einem Drucke von 500 Atmosphären an derselben Flüssigkeit mit demselben Erfolge wiederholt worden.

3. Ausführung eines Versuchs.

Soll ein Versuch mit einer Flüssigkeit angestellt werden, so wird zunächst das Widerstandsgefäß dreimal mit derselben ausgespült; hierauf wird es vollständig gefüllt und zusammengesetzt, wie dies bei der Beschreibung der Apparate angegeben ist. Dabei wird Sorge getragen, dass die Flüssigkeit schon beim Einfüllen eine Temperatur besitzt, welche nicht allzusehr von der Temperatur abweicht, bei der sie untersucht werden soll. Dadurch wird ein allzu weites Eindringen des Quecksilbers in das Gefäß bei einer etwaigen späteren Temperaturerniedrigung oder ein Ausreten der Flüssigkeit aus dem Gefäß bei einer etwaigen Temperaturerhöhung vermieden. Nach dem Einsetzen in den Eisenblock der Pumpe wartet man, bis sich die Temperatur im Inneren des Eisenblockes mit der Temperatur des ihn umgebenden Bades ausgeglichen hat, was stets nach einer Stunde der Fall war. Man kann dies leicht an der Constanz des Widerstandes bei Atmosphärendruck erkennen.

Alsdann beginnt die Bestimmung des Widerstandes bei verschiedenen Drucken. Von Atmosphärendruck ausgehend, schreitet man von 100 zu 100 Atmosphären mit dem Drucke fort bis zu 500 Atmosphären. 10 Minuten nach jeder Compression wird die Widerstandsmessung vorgenommen, sowie die Temperatur des Bades und des Rheostaten und der Druck notirt. Von 500 Atmosphären ausgehend, werden die Widerstände nochmals bei denselben Drucken in absteigender Reihenfolge in genau derselben Weise geprüft, so dass für jeden Druck zwei Messungen des Widerstandes vorgenommen werden. Da bei der einen derselben der Druck vorher vermehrt, bei der anderen vermindert worden ist, so wird, wenn man aus beiden das Mittel nimmt, hierdurch der Einfluss eines etwa noch vorhandenen Restes der Compressionswärme eliminirt. Uebrigens sind die beiden für denselben Druck gefundenen Zahlen fast genau gleich; ihre Abweichungen liegen fast immer innerhalb der Grenzen der Versuchsfehler. Der Widerstand der Flüssigkeit für 500 Atmosphären Druck ist jedesmal noch durch einen besonderen Versuch controlirt worden, indem man sogleich von einem

Drucke von einer Atmosphäre auf 500 Atmosphären übergang und unter diesem Drucke nochmals zwei Bestimmungen des Leitungswiderstandes vornahm, die beide der Zeit nach 15 Minuten auseinander lagen, und deren erste 15 Minuten nach der Compression stattfand. Schliesslich wird nochmals der Widerstand bei Atmosphärendruck eine Viertelstunde nach dem Nachlassen des Druckes geprüft.

Bei jeder Widerstandsmessung wurden vier Einstellungen mit der Walze vorgenommen und aus ihnen das Mittel gezogen. Aus den so für jeden Druck erhaltenen Zahlen sind wieder die Mittel genommen; diese letzteren Zahlen wurden dann zur Berechnung der Widerstände benutzt. Im Folgenden ist ein Beispiel eines vollständigen Beobachtungssatzes angeführt. Hierbei bedeutet p den Druck der Flüssigkeit, T die Temperatur derselben, t die Temperatur des Rheostaten und α die Einstellung der Walze; die erste Columnne enthält ausserdem die Nummer des Versuchs.

28. Versuchsreihe.

Salzsäure. Procentgehalt: 5,02.

Im Rheostaten sind 10 Siemenseinheiten eingeschaltet.

Nr.	p Atm.	T °C.	t °C.	α						
1	1	18,36	18,8	441,7	441,6	441,8	441,6	Mittel	441,67	
2	109	18,38	18,8	438,9	439,1	439,0	439,0	"	439,00	
3	200	18,38	18,9	436,7	436,8	436,6	436,7	"	436,70	
4	300	18,40	18,9	434,5	434,3	434,4	434,3	"	434,37	
5	400	18,38	18,9	432,0	431,9	432,0	431,9	"	431,95	
6	500	18,38	19,0	430,0	430,0	429,9	430,0	"	429,97	
7	500	18,38	19,0	430,1	430,0	430,0	430,1	"	430,05	
8	400	18,38	18,9	432,0	432,1	432,0	432,0	"	432,02	
9	300	18,38	19,0	434,5	434,5	434,4	434,4	"	434,45	
10	200	18,36	18,9	436,8	436,9	436,7	436,9	"	436,82	
11	109	18,36	18,9	439,0	439,0	439,1	439,0	"	439,02	
12	1	18,38	18,9	441,8	441,6	441,7	441,6	"	441,67	
13	500	18,38	19,0	430,0	429,8	430,1	430,1	"	430,00	
14	500	18,40	19,0	430,0	430,0	430,1	430,1	"	430,05	
15	1	18,40	19,0	441,6	441,5	441,7	441,5	"	441,57	

Indem man nun aus den für dieselben Drucke gefundenen Zahlen die Mittel nimmt, erhält man folgende Tabelle:

p Atm.	$T^{\circ}\text{C.}$	α	p Atm.	$T^{\circ}\text{C.}$	α
1	18,38	441,64	300	18,39	434,41
109	18,37	439,01	400	18,38	431,98
200	18,37	436,76	500	18,38	430,02

Hieraus werden nun die Widerstände berechnet, wie sie in Tabelle I des fünften Abschnittes enthalten sind. Nach Anbringung der Correctionen, welche infolge des Fehlers des Rheostaten und des ungleichen Calibers des Brückendrahtes nöthig sind, sowie nach Abzug des Widerstandes der Metalltheile des Gefässes und Correction der Temperatur erhält man schliesslich folgende, auch in der Tabelle I des oben erwähnten Abschnittes angeführte Zahlen.

Druck	Temperatur	Widerstand in S.-E.
1 Atm.	18,04° C.	7,490
109	18,03	7,400
200	18,03	7,335
300	18,05	7,262
400	18,04	7,187
500	18,04	7,126

Bei höheren Drucken war es nicht immer möglich, die Pumpe während einer Viertelstunde vollkommen dicht zu erhalten. Es wurde dann von Zeit zu Zeit durch kleine Vermehrungen des Druckes die ursprüngliche Einstellung wieder hergestellt. Unmittelbar vor jeder Ablesung des Widerstandes wurde der Zeiger des Manometers genau zum Einspielen auf den betreffenden Theilstrich gebracht. Die bei diesen kleinen Compressionen entstehende Compressionswärme ist äusserst gering, sodass sie einen merklichen Einfluss auf den Leitungswiderstand der Flüssigkeit nicht ausübt. Hiervon habe ich mich öfter durch den Versuch überzeugt.

Bei einem mit der fünfprocentigen Chlornatriumlösung ausgeführten Vorversuch ergab sich, dass der bei Atmosphärendruck und 0° C. gemessene Widerstand während des Durchleitens der Inductionsströme stetig abnahm, und zwar

anfanglich rasch, nach längerem Durchleiten nicht mehr merklich. So wurden z. B. folgende Einstellungen der Walze erhalten:

sofort nach dem Durchleiten	371,2	371,0	370,9	370,5	370,3	370,2
nach 5 Min. langem "	369,1	369,0	369,1	369,0	369,0	369,0
nach 10 Min. " "	368,8	368,8	368,8	368,8	368,9	368,8
nach 15 Min. " "	368,8	368,8	368,8	368,7	368,8	368,7

Man ersieht aus der ersten Zahlenreihe, dass schon während der Zeit, welche sechs rasch nacheinander gemachte Einstellungen brauchten, der Widerstand merklich abnahm; erst nach 10 Minuten war derselbe constant geworden.

Nach den sechs letzten Einstellungen wurde der Strom unterbrochen, und es ergab sich nach 5 Minuten langer Unterbrechung die Einstellung 370,7; nach 10 Minuten 371,1, nach 15 Minuten 371,1. Der Widerstand war somit durch die Inductionsströme nur vorübergehend geändert, denn nach 10 Minuten langer Unterbrechung hatte derselbe wieder denselben Werth wie zu Anfang.

Es liegt nun nahe, zu vermuthen, dass diese Erscheinung durch eine von den Wechselströmen erzeugte Erwärmung der Flüssigkeit verursacht wurde; und in der That hat die fortgesetzte Untersuchung, die mit verschiedenen Widerstandsgefässen (auch mit den von Hrn. F. Kohlrausch empfohlenen) und unter den verschiedensten Versuchsbedingungen angestellt wurde, ergeben, dass diese Erklärung richtig ist.

Meines Wissens ist diese Fehlerquelle von keinem der früheren Beobachter bei Salzlösungen gefunden worden.

Um solche Störungen der Widerstandsmessung möglichst zu vermeiden, wurden die Inductionsströme mit Hülfe eines Stromschlüssels bei jeder Einstellung nur so lange geschlossen, als zur Ausführung der letzteren nöthig war.

4. Die untersuchten Flüssigkeiten.

Es kamen drei Substanzen zur Untersuchung, Chlornatrium, Salzsäure und Zinksulfat. Sie waren als chemisch reine Körper von Hrn. E. Merck in Darmstadt bezogen. Chlornatrium hinterliess beim Auflösen einen äusserst ge-

ringen, flockigen Rückstand, Chlornatrium wurde in sieben, Salzsäure in fünf und Zinksulfat in vier Concentrationen untersucht.

Die Herstellung der Chlornatriumlösungen, mit Ausnahme der einprocentigen und der gesättigten Lösung, geschah durch Mischen gewogener Mengen trockenen Salzes mit gewogenen Mengen destillirten Wassers. Das Salz war in fein gepulvertem Zustande über Schwefelsäure im Vacuum getrocknet worden. Die gesättigte Chlornatriumlösung wurde durch Auflösen einer genügenden Salzmenge in destillirtem Wasser bereitet; sie blieb in dem Gefässe, in welchem sie aufbewahrt wurde, stets mit überschüssigem festem Salze in Berührung. Die einprocentige Kochsalzlösung wurde durch Verdünnen einer abgewogenen Menge der 19,60-procentigen Lösung mit einer abgewogenen Menge destillirten Wassers erhalten.

Bei dem Zinksulfat, das sich wegen seines Krystallwassergehaltes nicht im Vacuum trocknen lässt, wie Chlornatrium, musste ein anderer Weg eingeschlagen werden. Es wurde hier zunächst die concentrirteste Lösung dargestellt und nach der Vorschrift von Beetz durch Kochen mit Zinkoxydhydrat neutralisirt. Durch Mischen abgewogener Mengen dieser Lösung mit gewogenen Wassermengen wurden die übrigen Lösungen hergestellt.

In derselben Weise wurden aus der concentrirtesten Salzsäure, die von E. Merck bezogen war, die übrigen Salzsäuren erhalten.

Die Procentgehalte der stärksten Salzsäure, sowie der stärksten Zinksulfatlösung wurden durch chemische Analysen ermittelt. HCl wurde als Ag_2Cl_2 , ZnSO_4 als ZnO bestimmt. Mit Hülfe dieser Zahlen sind die Procentgehalte der übrigen Lösungen ermittelt worden. Unter Procentgehalt ist hier die Anzahl Gramme wasserfreien Salzes, resp. HCl verstanden, die in 100 g Lösung enthalten ist.

Zur Controle der Richtigkeit der Procentzahlen wurden die specifischen Gewichte der Lösungen bestimmt. Dieselben sind auf Wasser von 4°C. und den luftleeren Raum bezogen und gelten bei den Zinksulfatlösungen und Chlor-

natriumlösungen für 18°C ., bei den Salzsäuren für 15°C ., analog den Angaben, die F. Kohlrausch¹⁾ über dieselben Substanzen macht. Die Bestimmung derselben geschah bei den Chlornatriumlösungen und den Zinksulfatlösungen mit Hülfe eines Glaskörpers; bei den Salzsäuren wurde hierzu ein Pyknometer von Geissler in Bonn mit eingeschlifftem Thermometer verwandt. Zur genauen Reduction der specifischen Gewichte auf 18 , resp. 15°C . dienten bei den Chlornatriumlösungen die Beobachtungen Gerlach's²⁾ über deren Ausdehnungscoefficienten. Für die concentrirteste Zinksulfatlösung und die stärkste Salzsäure wurden die specifischen Gewichte in der Nähe von 10 und 20°C . mit dem Pyknometer bestimmt und hieraus die Ausdehnungscoefficienten berechnet. Aus diesen Zahlen und aus der Ausdehnung des reinen Wassers wurden die Ausdehnungscoefficienten der übrigen Zinksulfatlösungen und Salzsäuren linear interpolirt.

Der Procentgehalt und das specifische Gewicht der gesättigten Kochsalzlösung sind einer Gerlach'schen Tabelle entnommen worden.

Die von mir bestimmten specifischen Gewichte weichen nur wenig von den Zahlen ab, welche F. Kohlrausch für denselben Körper angegeben hat. Die Abweichungen überschreiten nicht die vierte Decimale.

5. Beobachtungen.

In der folgenden Tabelle bedeutet P den Procentgehalt der Lösung nach der im letzten Abschnitte gegebenen Definition und s ihr specifisches Gewicht bei 18 , resp. 15°C ., m ist die in der Volumeneinheit enthaltene Anzahl der electrochemischen Molecüle, wobei nach dem Vorgange von F. Kohlrausch³⁾ das Cubikmillimeter die Volumeneinheit bildet und für ein Wasserstoffatom ein Gewicht von eintausendtel Milligramm angenommen wurde. Die Molecülzahlen gelten entsprechend den specifischen Gewichten für 18 , resp.

1) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. **159**. p. 258. 1876 u. Wied. Ann. **6**. p. 38 u. 40. 1879.

2) Gerlach, Salzlösungen. Freiberg 1859.

3) F. Kohlrausch, Wied. Ann. **6**. p. 146. 1879.

15° C. p bedeutet den Druck in Atmosphären nach den Angaben des Bourdon'schen Manometers der Pumpe. Nur statt 100 Atm. ist der corrigirte Werth 109 Atm. eingesetzt. T bedeutet die Temperatur der Lösung, ausgedrückt in Celsiusgraden, w deren Leitungswiderstand in Siemens-einheiten gemessen und q die Aenderung des Leitungswiderstandes, welche derselbe bei einer Compression von einer auf p Atmosphären erleidet, ausgedrückt in Procenten des Leitungswiderstandes bei Atmosphärendruck.

Bei den drei stärksten Chlornatriumlösungen ist nur die Aenderung des Leitungswiderstandes für eine Compression von einer Atmosphäre auf 500 angegeben, da die Aenderungen durch geringere Druckvermehrung zu klein sind, um noch genau gemessen werden zu können.

Tabelle I.

Substanz	P	s	m	T	p	w	q
					Atm.	S.-E.	
NaCl	0,99	1,0059	0,170	0° C.	1	280,39	—
"	"	"	"	"	109	275,62	-1,67%
"	"	"	"	"	200	272,93	-3,02
"	"	"	"	"	300	268,51	-4,24
"	"	"	"	"	400	265,30	-5,38
"	"	"	"	"	500	262,35	-6,43
NaCl	4,99	1,0350	0,882	0° C.	1	69,506	—
"	"	"	"	"	109	68,632	-1,26
"	"	"	"	"	200	67,985	-2,19
"	"	"	"	"	300	67,297	-3,18
"	"	"	"	"	400	66,692	-4,05
"	"	"	"	"	500	66,114	-4,88
NaCl	9,90	1,0694	1,828	0° C.	1	38,556	—
"	"	"	"	"	109	38,208	-0,90
"	"	"	"	"	200	37,943	-1,59
"	"	"	"	"	300	37,698	-2,23
"	"	"	"	"	400	37,457	-2,85
"	"	"	"	"	500	37,262	-3,36
NaCl	14,82	1,1078	2,806	0° C.	1	27,586	—
"	"	"	"	"	109	27,477	-0,40
"	"	"	"	"	200	27,394	-0,70
"	"	"	"	"	300	27,311	-1,00
"	"	"	"	"	400	27,223	-1,32
"	"	"	"	"	500	27,140	-1,62
NaCl	19,60	1,1446	3,835	0° C.	1	23,736	—
"	"	"	"	"	500	23,558	-0,75

Substanz	<i>P</i>	<i>s</i>	<i>m</i>	<i>T</i>	<i>p</i>	<i>w</i>	<i>q</i>
NaCl	24,90	1,1885	5,059	0° C.	Atm. 1	S.-E. 22,145	—
"	"	"	"	"	500	22,284	+0,68%
NaCl	26,39	1,2016	5,421	0° C.	1	21,398	—
"	"	"	"	"	500	21,601	+0,95
NaCl	0,99	1,0059	0,170	18,60° C.	Atm. 1	S.-E. 175,73	—
"	"	"	"	18,59	109	174,21	—0,86%
"	"	"	"	18,60	200	172,85	—1,64
"	"	"	"	18,60	300	171,53	—2,39
"	"	"	"	18,58	400	170,37	—3,05
"	"	"	"	18,58	500	169,29	—3,66
NaCl	4,99	1,0850	0,882	18,42° C.	1	43,809	—
"	"	"	"	18,41	109	43,525	—0,65
"	"	"	"	18,41	200	43,257	—1,26
"	"	"	"	18,42	300	42,997	—1,85
"	"	"	"	18,44	400	42,706	—2,52
"	"	"	"	18,45	500	42,533	—2,91
NaCl	9,90	1,0694	1,828	17,82° C.	1	24,526	—
"	"	"	"	17,84	109	24,396	—0,53
"	"	"	"	17,85	200	24,308	—0,89
"	"	"	"	17,85	300	24,197	—1,34
"	"	"	"	17,84	400	24,105	—1,72
"	"	"	"	17,85	500	24,020	—2,06
NaCl	14,82	1,1078	2,806	17,72° C.	1	18,241	—
"	"	"	"	17,71	109	18,166	—0,41
"	"	"	"	17,72	200	18,116	—0,68
"	"	"	"	17,75	300	18,073	—0,92
"	"	"	"	17,75	400	18,030	—1,17
"	"	"	"	17,74	500	18,004	—1,30
NaCl	19,60	1,1446	3,835	17,61° C.	1	15,661	—
"	"	"	"	17,61	500	15,596	—0,42
NaCl	24,90	1,1885	5,059	18,23° C.	1	13,702	—
"	"	"	"	18,17	500	13,777	+0,55
NaCl	26,39	1,2016	5,421	17,11° C.	1	14,362	—
"	"	"	"	17,11	500	14,464	+0,71
HCl	0,98	1,0040	0,270	0° C.	1	41,878	—
"	"	"	"	"	109	41,101	—1,86
"	"	"	"	"	200	40,466	—3,37
"	"	"	"	"	300	39,830	—4,89
"	"	"	"	"	400	39,284	—6,20
"	"	"	"	"	500	38,782	—7,89

Substanz	P	s	m	T	p	w	q
HCl	5,02	1,0241	1,410	0° C.	Atm.	S.-E.	—
"	"	"	"	"	1	10,632	—
"	"	"	"	"	109	10,460	-1,60%
"	"	"	"	"	200	10,332	-2,92
"	"	"	"	"	300	10,182	-4,23
"	"	"	"	"	400	10,042	-5,55
"	"	"	"	"	500	9,930	-6,60
HCl	10,34	1,0506	2,979	0° C.	1	6,476	—
"	"	"	"	"	109	6,386	-1,39
"	"	"	"	"	200	6,310	-2,56
"	"	"	"	"	300	6,230	-3,80
"	"	"	"	"	400	6,160	-4,88
"	"	"	"	"	500	6,096	-5,87
HCl	18,16	1,0904	5,431	0° C.	1	5,471	—
"	"	"	"	"	109	5,424	-0,86
"	"	"	"	"	200	5,377	-1,72
"	"	"	"	"	300	5,334	-2,50
"	"	"	"	"	400	5,289	-3,33
"	"	"	"	"	500	5,246	-4,11
HCl	25,34	1,1279	7,839	0° C.	1	5,729	—
"	"	"	"	"	109	5,683	-0,80
"	"	"	"	"	200	5,655	-1,29
"	"	"	"	"	300	5,623	-1,85
"	"	"	"	"	400	5,593	-2,37
"	"	"	"	"	500	5,568	-2,80
HCl	0,98	1,0040	0,270	17,70° C.	1	31,601	—
"	"	"	"	17,71	109	31,257	-1,09
"	"	"	"	17,71	200	30,919	-2,16
"	"	"	"	17,70	300	30,586	-3,21
"	"	"	"	17,70	400	30,284	-4,17
"	"	"	"	17,69	500	30,003	-5,06
HCl	5,02	1,0241	1,410	18,04° C.	1	7,490	—
"	"	"	"	18,03	109	7,400	-1,04
"	"	"	"	18,03	200	7,335	-2,07
"	"	"	"	18,05	300	7,262	-3,04
"	"	"	"	18,04	400	7,187	-4,05
"	"	"	"	18,04	500	7,126	-4,86
HCl	10,34	1,0506	2,979	17,99° C.	1	4,671	—
"	"	"	"	17,99	109	4,623	-1,03
"	"	"	"	17,97	200	4,581	-1,93
"	"	"	"	17,97	300	4,539	-2,83
"	"	"	"	17,95	400	4,498	-3,70
"	"	"	"	17,96	500	4,467	-4,37
HCl	18,16	1,0904	5,431	18,04° C.	1	3,917	—
"	"	"	"	18,02	109	3,888	-0,74
"	"	"	"	18,01	200	3,859	-1,47
"	"	"	"	18,01	300	3,830	-2,22
"	"	"	"	18,01	400	3,800	-2,98
"	"	"	"	18,02	500	3,774	-3,65

V
2
61
8
8
5

XUM

Substanz	P	s	m	T	p	σ	q
HCl	25,34	1,1279	7,839	18,04° C.	Atm. 1	8.-E. 4,157	—
"	"	"	"	18,03	109	4,127	— 0,72%
"	"	"	"	18,04	200	4,103	— 1,30
"	"	"	"	18,03	300	4,081	— 1,83
"	"	"	"	18,03	400	4,057	— 2,40
"	"	"	"	18,04	500	4,036	— 2,91
ZnSO ₄	0,96	1,0090	0,120	0° C.	1	864,69	—
"	"	"	"	"	109	840,33	— 2,82
"	"	"	"	"	200	818,57	— 5,33
"	"	"	"	"	300	799,18	— 7,58
"	"	"	"	"	400	779,88	— 9,81
"	"	"	"	"	500	763,21	— 11,74
ZnSO ₄	9,67	1,1028	1,323	0° C.	1	151,77	—
"	"	"	"	"	109	147,83	— 2,60
"	"	"	"	"	200	144,49	— 4,60
"	"	"	"	"	300	141,79	— 6,58
"	"	"	"	"	400	138,53	— 8,72
"	"	"	"	"	500	135,79	— 10,52
ZnSO ₄	23,50	1,2822	3,739	0° C.	1	99,97	—
"	"	"	"	"	109	98,45	— 1,52
"	"	"	"	"	200	97,23	— 2,74
"	"	"	"	"	300	96,07	— 3,90
"	"	"	"	"	400	95,15	— 4,82
"	"	"	"	"	500	94,19	— 5,78
ZnSO ₄	29,64	1,3730	5,050	0° C.	1	116,81	—
"	"	"	"	"	109	115,86	— 0,81
"	"	"	"	"	200	115,01	— 1,54
"	"	"	"	"	300	114,28	— 2,17
"	"	"	"	"	400	113,62	— 2,73
"	"	"	"	"	500	113,03	— 3,24
ZnSO ₄	0,96	1,0090	0,120	17,77° C.	1	558,61	—
"	"	"	"	17,73	109	546,29	— 2,21
"	"	"	"	17,77	200	535,78	— 4,09
"	"	"	"	17,78	300	525,33	— 5,96
"	"	"	"	17,78	400	514,86	— 7,83
"	"	"	"	17,79	500	506,49	— 9,33
ZnSO ₄	9,67	1,1028	1,323	17,75° C.	1	94,578	—
"	"	"	"	17,79	109	92,476	— 2,22
"	"	"	"	17,80	200	90,947	— 3,85
"	"	"	"	17,82	300	89,243	— 5,64
"	"	"	"	17,83	400	87,635	— 7,34
"	"	"	"	17,78	500	86,277	— 8,78
ZnSO ₄	23,50	1,2822	3,739	17,80° C.	1	61,187	—
"	"	"	"	17,81	109	60,431	— 1,24
"	"	"	"	17,82	200	59,925	— 2,06
"	"	"	"	17,78	300	59,341	— 3,02
"	"	"	"	17,78	400	58,801	— 3,90
"	"	"	"	17,79	500	58,304	— 4,71

Substanz	<i>P</i>	<i>s</i>	<i>m</i>	<i>T</i>	<i>p</i>	<i>u</i>	<i>q</i>
ZnSO ₄	29,64	1,3730	5,050	17,82° C.	Atm. 1	S.-R. 65,255	—
"	"	"	"	"	17,83	109	64,717
"	"	"	"	"	17,84	200	64,326
"	"	"	"	"	17,84	300	64,019
"	"	"	"	"	17,84	400	63,641
"	"	"	"	"	17,82	500	63,356
							—2,91

In Figur 2—9 sind die in dieser Tabelle zusammengestellten Resultate graphisch dargestellt. Einerseits sind für jede Lösung die procentischen Aenderungen *q* des Leitungswiderstandes als Ordinaten mit den zugehörigen Drucken als Abscissen aufgetragen; andererseits sind die Grössen *q*, welche einer Compression von 1 Atm. auf 500 Atm. entsprechen, für die drei Körper NaCl, HCl und ZnSO₄ bei 0 und 18° C. dargestellt als Functionen des Procentgehaltes, resp. der Molecülzahl. Für die bei 18° C. angestellten Versuche ist hierbei überall die Reduction der Grössen *q* auf genau 18° C. unter der Voraussetzung ausgeführt worden, dass *q* sich der Temperatur proportional ändere, eine Annahme, die bei der Kleinheit dieser Correction erlaubt ist.

Es dürfte auffallend erscheinen, dass bei der ersteren Art von Curven, deren jede je einem Beobachtungsatze entspricht, die einzelnen beobachteten Punkte sich dem Curvenzuge besser anschliessen, als bei der zweiten Curvenart, bei welcher die beobachteten Punkte jeder Curve verschiedenen Beobachtungssätzen entnommen sind. Hiernach scheinen die in einem kürzeren Zeitraume gemachten Beobachtungen besser miteinander übereinzustimmen als Beobachtungen, welche der Zeit nach weiter auseinander liegen. Dies mag seinen Grund in den Aenderungen haben, welche die Angaben des Manometers sicherlich im Laufe längerer Zeiträume durch Temperaturänderungen und andere Umstände erfahren. Ueber die hierdurch hervorgerufenen Fehler in der Druckmessung lässt sich weiter nichts Näheres ermitteln. Doch sind die einzelnen Abweichungen nicht so gross, als dass sich die betreffenden Curven nicht mit ziemlicher Sicherheit hätten ausziehen lassen.

V
2
61
8
8
5

XUM

Von den in Tab. I mitgetheilten Zahlen können die Procentgehalte als noch in der ersten Decimale richtig angesehen werden. Der mittlere Fehler dürfte hier einige Einheiten der zweiten Decimale nicht übersteigen. Die specifischen Gewichte sind, wie eine Vergleichung derselben mit den Angaben von F. Kohlrausch zeigt, noch in der dritten Decimale richtig. Die Angaben über die Temperatur der Flüssigkeit in der Nähe von 18° C. können wohl noch als in den Zehnteln genau angenommen werden, da bei den sämtlichen, in der Nähe von 18° angestellten Beobachtungen ein rascher Temperaturwechsel nie eintrat. Bei den Widerstandsmessungen konnten Aenderungen des Widerstandes um 0,2 Proc. noch mit Sicherheit erkannt werden. Der Fehler, mit welchem die Grössen q behaftet sind, erreicht somit nicht zwei Einheiten der ersten Decimale.

Bedeutender sind hingegen die Abweichungen der von mir bei Atmosphärendruck bestimmten Widerstände der Lösungen von den Angaben anderer Beobachter über dieselben Substanzen. In der folgenden Tabelle ist eine Zusammenstellung derselben durchgeführt. Die Leitungsvermögen der Chlornatriumlösungen und Salzsäuren sind den Angaben von F. Kohlrausch¹⁾ entnommen, ebenso die Zahlen für Zinksulfat bei 18° C., während die Leitungsvermögen der Zinksulfatlösungen von 0° C. aus den Angaben von Freund²⁾ berechnet sind. Um dieselben Grössen aus den Werthen w der Tab. I zu erhalten, wurden zunächst die Widerstandscapacitäten der beiden Gefässe aus den so berechneten Leitungsvermögen und den bei Atmosphärendruck gefundenen Widerständen der concentrirtesten Lösungen bestimmt. Statt der gesättigten Chlornatriumlösung von 0° C. wurde die 24,90proc. Lösung benutzt, da für die erstere keine Bestimmung des Leitungsvermögens bei dieser Temperatur von seiten anderer Beobachter vorliegt. Man findet so folgende Werthe für die Widerstandscapacitäten γ_1 und γ_2 der Gefässe I und II:

1) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. **154**. p. 226. 1855; **159**. p. 258. 1876; Wied. Ann. **6**. p. 38 u. 40. 1879.

2) Freund, Wied. Ann. **7**. p. 48. 1879.

Gefäß	Substanz	Procent- gehalt	Temp.	Widerstands- capacität
I	NaCl	24,90	0° C.	$0,2775 \cdot 10^{-3}$
I	NaCl	26,39	17,11	$0,2885 \cdot 10^{-3}$
I	HCl	25,34	0	$0,2787 \cdot 10^{-3}$
I	ZnSO ₄	29,64	0	$0,2792 \cdot 10^{-3}$
II	HCl	25,34	18,04	$0,2799 \cdot 10^{-3}$
II	ZnSO ₄	29,64	17,82	$0,2727 \cdot 10^{-3}$

Hieraus erhält man die Mittelwerthe:

$$\gamma_1 = 0,2797 \cdot 10^{-3}, \quad \gamma_2 = 0,2763 \cdot 10^{-3}.$$

Durch Division der bei Atmosphärendruck beobachteten Widerstände in γ_1 , resp. γ_2 sind die in der fünften Spalte der folgenden Tabelle angeführten Zahlen erhalten worden.

Tabelle II.

Substanz	P	T	$k \cdot 10^8$ nach Kohlr., resp. nach Fr.	$k \cdot 10^8$ nach F.	Differenz
NaCl	4,99	0° C.	401	402	+ 1
"	9,90	"	722	725	+ 3
"	14,82	"	989	1004	+ 15
"	19,60	"	1163	1178	+ 15
"	24,90	"	1253	1268	+ 10
NaCl	4,99	18,42	633	639	+ 6
"	9,90	17,82	1117	1141	+ 24
"	14,82	17,72	1511	1534	+ 23
"	19,60	17,61	1790	1787	- 3
"	24,90	18,23	2003	2042	+ 39
"	26,39	17,11	1974	1949	- 25
HCl	5,02	0	2643	2632	- 11
"	10,34	"	4286	4321	+ 35
"	18,16	"	5165	5114	- 51
"	25,34	"	4864	4884	+ 20
HCl	5,02	18,04	3704	3681	- 23
"	10,34	17,99	5974	5902	- 72
"	18,16	18,04	7170	7039	- 131
"	25,34	18,04	6732	6632	- 100
ZnSO ₄	9,67	0	184	184	± 0
"	23,50	"	282	280	- 2
"	29,64	"	239	240	+ 1
ZnSO ₄	9,67	17,75	291	292	+ 1
"	23,50	17,80	448	451	+ 3
"	29,64	17,82	416	422	+ 6

Hinsichtlich der Bezeichnungen schliesst sich diese Tabelle der Tab. I an; mit k ist das electrische Leitungsvermögen bezeichnet. Die letzte Spalte enthält die Differenzen der in den beiden vorhergehenden Spalten angeführten Zahlen.

Wie man aus obiger Tabelle ersieht, gehen die Abweichungen meiner Beobachtungen von den Angaben Kohlrausch's und Freund's bis zu 2 Proc. Doch zeigen nur drei Lösungen, nämlich die 9,90proc. Chlornatriumlösung von 18° , die 24,90proc. Chlornatriumlösung von 18° und die 18,16proc. Salzsäure von 18° , Abweichungen, die grösser als 1,5 Proc. sind. Alle übrigen Differenzen sind kleiner.

Die Ursache dieser Abweichungen möchte ich nicht sowohl in einer Polarisirung der Electroden, als vielmehr in dem Umstande suchen, dass beim Füllen und Entleeren des Gefässes kleine Verrückungen der Electroden stattgefunden haben, was bei der Befestigungsweise der relativ schweren Electrodenbleche an den relativ dünnen Platindrähten wohl möglich sein dürfte. Zudem lag bei der Construction des Widerstandsgefässes nicht die Absicht zu Grunde, mit demselben genaue Messungen des Leitungswiderstandes selbst vorzunehmen, als vielmehr den Einfluss des Druckes auf den letzteren zu untersuchen.

Wenn nun durch solche Fehler auch die Werthe der beobachteten Widerstände selbst beeinflusst werden können, so ist dies doch keineswegs der Fall bei den Grössen q . Denn da Verrückungen der Electroden während eines Versuches, wo das Widerstandsgefäss in dem Eisenblock der Pumpe stets unberührt stehen bleibt, nicht vorkommen können, so wird die relative Aenderung des Widerstandes durch den Druck, die Grösse q , nicht durch solche Aenderungen der Stellung der Electroden mit einem Fehler behaftet.

Schliesslich sei hier noch ein Versuch angeführt, der vor Beginn der hier mitgetheilten Versuche als Vorversuch angestellt wurde. Es wurde durch ihn constatirt, dass auch für grössere Drucke als 500 Atmosphären noch eine Aenderung des Leitungswiderstandes durch eine Druckerhöhung erfolgt. Der Versuch war mit destillirtem Wasser, das durch einige Tropfen Schwefelsäure angesäuert war, angestellt wor-

den. Da das hier benutzte Widerstandsgefäss bald darauf zersprungen ist, und daher der Widerstand seiner Metalltheile nicht bekannt ist, so können die in der folgenden Tabelle angegebenen Widerstände und Grössen q nicht denselben Grad von Genauigkeit beanspruchen, wie die gleichen Werthe in Tab. I. Jedenfalls geht aber aus diesen Zahlen hervor, dass ein Einfluss des Druckes auf das Leitungsvermögen bis zu einem Drucke von 782 Atmosphären (nach Angabe des Bourdon'schen Manometers) existirt.

Tabelle III.

Destillirtes Wasser mit Schwefelsäure angesäuert.

Druck	Temp.	Widerstand	q
Atm.		S.-E.	
1	18,2° C.	216,45	—
109	18,2	210,72	— 2,65%
200	18,2	206,37	— 4,66
300	18,3	202,94	— 6,66
400	18,4	197,15	— 8,92
500	18,4	193,40	— 10,65
600	18,4	189,58	— 12,41
700	18,4	186,55	— 13,81
782	18,4	184,11	— 14,91

Resultate.

Aus den Zahlen q der Tab. I und III des letzten Abschnittes, sowie aus den graphischen Darstellungen auf Taf. V, Fig. 2—9 ist ersichtlich, dass bei sämtlichen hier untersuchten Lösungen ein Einfluss des Druckes auf den Leitungswiderstand existirt. Die Curven, welche q als Function des Druckes darstellen Fig. 2—7, zeigen sämtlich einen ganz gleichen Charakter. Bis zu Drucken von etwa 300 Atm. verlaufen sie sämtlich fast geradlinig. Dann tritt bei höheren Drucken eine schwache Krümmung ein, sodass sie ihre concave Seite der Abscissenaxe zukehren. Möglicherweise liegt die Ursache für dieses Verhalten in einem Fehler des Manometers bei höheren Drucken ähnlich dem für 100 Atm. gefundenen Fehler, sodass die Angaben des Manometers für hohe Drucke zu gross wären. Eine Entscheidung hierüber konnte wegen Mangels eines zur Aichung des Manometers für so hohe Drucke geeigneten Apparates nicht getroffen werden.

Der in Tab. III angeführte Versuch zeigt, dass auch für höhere Drucke als 500 Atmosphären noch ein Einfluss des Druckes auf das Leitungsvermögen existirt.

Der Leitungswiderstand wässeriger Lösungen von Chlornatrium, Chlorwasserstoff und Zinksulfat, sowie von angesäuertem Wasser wird also durch den Druck geändert.

Diese Aenderung ist bis zu etwa 300 Atmosphären der Druckerhöhung nahezu proportional; bei höheren Drucken wächst sie etwas verzögert mit dem Drucke (nach den Angaben des hier verwandten Manometers).

Die von Lenz für den Leitungswiderstand des Quecksilbers gefundene Aenderung durch den Druck, welche nach seiner Angabe 0,02 Proc. für eine Druckzunahme von einer Atmosphäre beträgt, schliesst sich den hier mitgetheilten Zahlen gut an. Die beiden verdünnten Zinksulfatlösungen zeigen Aenderungen ihres Leitungswiderstandes durch den Druck, die etwas grösser sind, als die gleiche Zahl für Quecksilber, während alle anderen Lösungen beträchtlich kleinere Werthe liefern.

Die durch eine Druckerhöhung erzeugte Aenderung des Leitungswiderstandes besteht bei den meisten der hier untersuchten Flüssigkeiten in einer Abnahme desselben. Auch der Leitungswiderstand des Quecksilbers nimmt nach Lenz mit wachsendem Drucke ab. Nur die 24,90proc. und die gesättigte Chlornatriumlösung zeigen eine Zunahme des Widerstandes mit zunehmendem Drucke. Diese Verhältnisse sind am einfachsten aus den Curven Fig. 8 und 9 zu sehen, welche die durch eine Druckerhöhung von einer Atmosphäre auf 500 entstandene Aenderung q des Leitungswiderstandes als Function des Procentgehaltes, resp. der Moleculzahl darstellen. Aus denselben ist unmittelbar folgendes ersichtlich.

Sämmtliche drei untersuchten Körper, NaCl , HCl und ZnSO_4 , zeigen sowohl bei 0° , als auch bei 18°C. in verdünnter Lösung mit wachsendem Drucke eine Abnahme ihres Leitungswiderstandes.

Diese Abnahme verringert sich mit steigendem Procentgehalt.

Bei Chlornatrium tritt die merkwürdige Erscheinung ein, dass die beiden Curven für 0 und 18° C. die Abscissenaxe schneiden, und zwar ungefähr in demselben Punkte. Diesem Punkte entspricht der Procentgehalt 22,0.

Eine Chlornatriumlösung von 22,0 Proc. Gehalt ändert somit ihren Leitungswiderstand durch eine Aenderung des Druckes bei 0 und 18° C. nicht. Chlornatriumlösungen von grösserem Procentgehalte als 22,0 zeigen mit wachsendem Drucke eine Zunahme des Leitungswiderstandes.

Vergleicht man die für 18 und 0° C. erhaltenen Curven miteinander, so bemerkt man, dass die Ordinaten der ersteren ihrem Betrage nach sämtlich kleiner sind, als die entsprechenden Ordinaten der letzteren. Eine Ausnahme hiervon dürfte Chlorwasserstoff in concentrirteren Lösungen machen, da sich bei ihm für einen Gehalt von etwa 24 Proc. die Curven für 0 und 18° C. zu schneiden scheinen. Eine sichere Entscheidung hierüber kann jedoch nicht getroffen werden, da Chlorwasserstoff nur bis zu einer Concentration von 25,34 Proc. untersucht worden ist.

Die Aenderung, welche der Leitungswiderstand von Chlornatrium, Zinksulfat und Chlorwasserstoff, letzterer jedoch nur in verdünnter Lösung, durch eine Druckzunahme erleidet, nimmt sonach mit steigender Temperatur ab.

Für concentrirtere Chlorwasserstofflösungen dürfte das Umgekehrte zu erwarten sein.

Die Anordnung der Grössen q für 500 Atmosphären als Function der Molecülzahl, wie sie in Fig. 9 durchgeführt ist, bietet nichts wesentlich Neues.

Betrachtet man Lösungen der drei untersuchten Stoffe, welche denselben Procentgehalt und dieselbe Temperatur besitzen, so findet man, dass die drei Substanzen stets eine bestimmte Reihenfolge in Bezug auf die Grösse der durch dieselbe Druckänderung hervorgerufenen Aenderungen des Leitungswiderstandes befolgen.

In Lösungen von gleichem Procentgehalt und gleicher Temperatur zeigt ZnSO_4 die stärkste Aenderung des Leitungswiderstandes durch den Druck; dann folgt HCl , zuletzt NaCl .

Ich habe mich vergebens bemüht, andere Eigenschaften dieser drei Körper aufzufinden, bei welchen sie dieselbe Reihenfolge befolgen. Weder mit dem electrischen Leitungsvermögen noch mit der Compressibilität oder der Fluidität und anderen Eigenschaften konnte eine Analogie gefunden werden.

Salzsäure und Zinksulfat besitzen bei Atmosphärendruck Maxima des Leitungsvermögens. Die 18,16proc. Salzsäure und die 23,50proc. Zinksulfatlösung stehen den Lösungen beider Körper, welche das Maximalleitungsvermögen besitzen, sehr nahe. Die Aenderungen, welche ihr Leitungswiderstand durch den Druck erfährt, sind vor den gleichen Zahlen anderer Lösungen keineswegs ausgezeichnet, wie es vielleicht zu erwarten gewesen wäre. Da nun das Leitungsvermögen einer Lösung mit zunehmendem Drucke um so mehr wächst, je verdünnter die Lösung ist, so folgt, dass die Maxima der Leitungsvermögen mit wachsendem Drucke auf kleinere Procentzahlen rücken.

Mit Hülfe der graphischen Darstellungen des Grössen q in Fig. 2—7 lässt sich ferner die Frage entscheiden, welchen Antheil die bei der Erwärmung einer Lösung auftretende Volumänderung an der durch erstere hervorgerufenen Aenderung des Leitungswiderstandes hat. Kennt man nämlich die Volumänderung, welche eine Lösung etwa bei der Erwärmung von 0 auf 18° C. erfährt, so kann man mit Hülfe des Compressibilitätscoëfficienten der Lösung den Druck berechnen, welcher nöthig ist, um die betreffende Lösung bei 18° C. auf das Volumen zu bringen, welches sie unter Atmosphärendruck bei 0° C. einnehmen würde. Mit Hülfe des diesem Drucke entsprechenden q findet man dann die Aenderung des Leitungsvermögens, welche die bei der Erwärmung der Lösung von 0 auf 18° C. auftretende Volumänderung hervorgerufen hat. Dies ist im Folgenden durchgeführt. Ist Δv die Volumänderung der Volumeinheit bei der Erwärmung

von 0 auf 18° C. und μ der Compressibilitätscoefficient der Lösung, so ist:

$$p = \frac{\Delta v}{\mu}$$

der gesuchte Druck. Die Werthe Δv sind einer Tabelle von Gerlach¹⁾ entnommen, während die Grössen μ aus den Angaben von Grassi²⁾ durch graphische Interpolation gewonnen wurden.

In der folgenden Tabelle sind die Resultate dieser Rechnung zusammengestellt. Die letzte Spalte enthält unter ω die durch die Volumänderung bei der Erwärmung von 0 auf 18° C. hervorgerufene Aenderung des Leitungswiderstandes ausgedrückt in Procenten des Leitungswiderstandes bei 18° C.

Chlornatrium.

Procentgehalt	Δv	μ	p	ω
0,99	0,00159	0,000 045 7	Atm. 34	+0,27%
4,99	312	42 2	74	+0,43
9,90	398	38 0	105	+0,49
14,82	575	34 1	169	+0,58
19,60	646	30 2	214	+0,18
24,90	697	26 6	262	-0,30
26,39	714	25 6	279	-0,41

Man ersieht hieraus, dass die Aenderung, welche der Leitungswiderstand einer Flüssigkeit beim Erwärmen der letzteren unter Atmosphärendruck erfährt, nur in sehr geringem Grade durch die hierbei entstehende Dichtigkeitsänderung beeinflusst wird; sie wird somit fast ausschliesslich bedingt durch die mit wachsender Temperatur eintretende Vermehrung der Energie der Molecularbewegung.

Physik. Institut der Univ. Giessen, Juli 1885.

1) Gerlach, Salzlösungen, Freiberg 1859. p. 93.

2) Grassi, Ann. de chim. et de phys. (3) 31. p. 467. 1851.

II. Ueber den Uebergangswiderstand in dem galvanischen Lichtbogen; von E. Edlund.

Wenn man den scheinbaren Widerstand des galvanischen Lichtbogens auf gewöhnliche Weise misst, so findet man, dass derselbe gleichsam aus zwei Theilen besteht, von welchen der eine unabhängig von der Länge des Bogens, der andere aber derselben proportional ist. Wenn der Widerstand mit w , die Bogenlänge mit l , und mit a und b zwei Constanten bezeichnet werden, so ist $w = a + bl$. Dies gilt, wenn man die Stromstärke bei der Veränderung der Bogenlänge constant hält. Das Verhalten der Constanten a und b ist insofern verschieden, dass b vermindert wird, wenn die Stromstärke wächst, wogegen a von der Stromstärke und der electromotorischen Kraft der Stromquelle beinahe unabhängig ist; nur wenn diese so vermindert werden, dass ein Lichtbogen kaum zu Stande kommen kann, wird der Werth von a etwas geringer. Diese meine Beobachtungen¹⁾ sind von den Forschern der letzten Zeit bestätigt worden.

Man kann nun die Frage stellen, ob diese Constante a einen Uebergangswiderstand, der an der Contactfläche zwischen den Electroden und der Luft stattfindet, repräsentirt, oder ob dieselbe in einer electromotorischen Kraft ihren Grund hat, denn sowohl durch die eine wie durch die andere dieser Annahmen kann die durch a verursachte Verminderung der Stromstärke erklärt werden. Aus den Gründen, die in den citirten Arbeiten angeführt sind, und auf welche wir hier hinweisen, folgt, dass a eine electromotorische Kraft repräsentirt, die in entgegengesetzter Richtung gegen den Hauptstrom wirkt.

Von den Untersuchungen, die in den letzten Jahren über diesen Gegenstand ausgeführt worden sind, wollen wir die Aufmerksamkeit nur auf die folgenden hinlenken.

Frölich²⁾, der für seine Untersuchung die in dem

1) Edlund, Öfversigt af k. Vetenskaps Akademiens Förhandlingar för 1867, p. 95 u. 637. 1868, p. 3 u. 327 u. 1869 p. 691. Pogg. Ann. 131. p. 586. 1867; 133. p. 353 u. 134. p. 250 u. 337. 1868 u. 139. p. 354. 1870.

2) Frölich, Electrotechn. Zeitschr. 4. p. 150. 1883.

Laboratorium von Siemens und Halske angestellten Beobachtungen benutzte, kam zu dem Resultate, dass sowohl die eine wie die andere der genannten Annahmen mit diesen Beobachtungen vereinbar waren, doch scheint er die Ansicht vorzuziehen, dass die Constante a theilweise sowohl eine electromotorische Kraft wie einen Uebergangswiderstand repräsentire. Dass a nicht ausschliesslich eine electromotorische Kraft vorstelle, findet Frölich wahrscheinlich aus dem Grunde, dass in diesem Falle die erwähnte Kraft den seiner Meinung nach ungereimt hohen Werth von 39 Volt erreichen musste. Peukert hat auch über diesen Gegenstand eine Anzahl Beobachtungen angestellt, bei welchen die Stromstärke zwischen 10 und 30 Ampères variirte.¹⁾ Wie aus meinen älteren Beobachtungen hervorgeht, fand Peukert, dass der scheinbare Widerstand des Lichtbogens sich durch die Formel $w = a + bl$ darstellen lässt. Wenn man annimmt, dass die Constante a eine electromotorische Kraft sei, so muss deren Werth nach Peukert 35 Volt betragen, welcher Werth ihm so hoch erschien, dass er nicht anzunehmen wagte, dass er ausschliesslich in einer electromotorischen Kraft seinen Grund haben könnte, sondern dass er wenigstens zum Theil auch einen Uebergangswiderstand vorstelle.

Aus meinen oben citirten Untersuchungen folgt, dass a sowohl von der Grösse der Stromquelle wie von der Stromstärke unabhängig ist, wenn nämlich diese nicht zu der untersten Grenze, bei welcher noch ein Lichtbogen hervorgebracht werden kann, herabgesunken ist. Bei meinen ersten Versuchen hierüber habe ich a als eine electromotorische Kraft, in Bunsen'schen Elementen ausgedrückt, berechnet. Sieben aufeinander folgende Versuche, mit einer Säule von 55 bis 79 Bunsen'schen Elementen angestellt, gaben folgende Resultate:

$$a = 24,616; 25,962; 25,354; 20,951; 21,637; \\ 21,483; 23,119;$$

woraus das Mittel = 23,315.

1) Peukert, Electrotechn. Zeitschr. 6. p. 111. 1885.

V
2
6

1
8
8
5

XUM

Dies gilt, wenn der Lichtbogen zwischen Kohlenspitzen von der für diesen Zweck gewöhnlich angewandten Art gebildet wurde.

Wenn man annimmt, dass 1 Bunsen'sches Element gleich 1,7 Daniells ist, und dass dies 1,08 Volt ausmacht, so wird 1 Bunsen = 1,8 Volt. Wird diese letzte Zahl mit dem angegebenen Mittel multiplicirt, so erhält man 41,97 Volt. Das Mittel aus dieser Zahl und den von Frölich und Peukert gefundenen (39 und 35) gibt 38,66 Volt.

Die von einigen Forschern gehegte Ansicht, dass die Constante a zum Theil einen Uebergangswiderstand vorstelle, wird in der That durch die Untersuchung von Victor von Lang¹⁾ widerlegt. Durch eine sinnreiche Methode ist es von Lang zu beweisen gelungen, dass der galvanische Lichtbogen eine electromotorische Gegenkraft enthält, welche 39 Volt gleichkommt. Da dieser Werth der im Lichtbogen befindlichen Gegenkraft dem oben angegebenen Werthe der Constante a beinahe gleich ist, so folgt hieraus, dass ein sogenannter Uebergangswiderstand in dem Lichtbogen nicht existirt, und dass folglich die ganze Verminderung der Stromstärke, die durch Einführung des Lichtbogens entsteht, durch den Widerstand (bI) des Lichtbogens und die in demselben enthaltene electromotorische Gegenkraft verursacht wird.

Hierbei muss jedoch bemerkt werden, dass, da die Bestimmungen der Werthe von a und von der electromotorischen Gegenkraft möglicherweise mit verschiedenartigen Kohlenelektroden angestellt worden sind, es wünschenswerth wäre, dass beide Bestimmungen mit einem und demselben Lichtbogen noch einmal wiederholt würden.

1) V. von Lang, Wien. Ber. Aprilheft 1885. Wied. Ann. 26. p. 145. 1885.

S
tunge
beim
Subst
ten
Strah
sie se
Beha
von r
entsc
klärt
dem
Stral
rühr
und
harr
auf
dass,
D m
zur
ständ
Fluo
aber
sorg
könn
werd
sei.²⁾
beob
auf
Thei

III. Ueber die Fluorescenz des Naphtalinrothes; von Karl Wesendonck.

(Hierzu Taf. V Fig. 10.)

Schon vor längerer Zeit hat Hr. Lommel Beobachtungen veröffentlicht, gemäss welchen der Stokes'sche Satz beim Naphtalinroth (Magdalaroth) und einigen anderen Substanzen keine allgemeine Geltung besitzt, vielmehr sollten bei diesen Substanzen gewisse gelbe und orangerothe Strahlen auch Fluorescenzlicht von kleinerer Brechbarkeit, als sie selbst besitzen, hervorrufen können. Die Richtigkeit dieser Behauptung wurde indessen nicht allgemein acceptirt, vielmehr von mehreren Seiten, besonders von Hrn. Hagenbach, auf's entschiedenste bestritten. Der genannte Baseler Physiker erklärte nämlich die in dem Fluorescenzspectrum auftauchenden, dem Stokes'schen Satze nach Lommel nicht entsprechenden Strahlen als von Unreinheiten des erregenden Lichtes herrührend, was wiederum in der Folge die Herren Lommel und Lubarsch bestreiten zu müssen glaubten. Doch beharrte Hr. Hagenbach diesen Ausführungen gegenüber auf seinem früheren Standpunkte.¹⁾ Zwar sei zuzugeben, dass, wenn man z. B. homogenes Licht aus der Gegend von *D* mit einem Spalt aus dem Spectrum herauschneidet und zur Erregung des Naphthalinrothes verwendet, unter Umständen grünes Licht mit Hülfe des Spectralapparates im Fluorescenzlicht gefunden werden könne. Dies zeige sich aber um so besser, je unreiner das Spectrum, bei dessen sorgfältigerer Reinigung es um so mehr zurücktrete. Auch könne unter Umständen das Fluorescenzlicht wahrgenommen werden, wenn dies bei dem erregenden nicht mehr der Fall sei.²⁾ „Wenn nun etwas schwaches Licht, das, spectralisch beobachtet, sich von *D* bis gegen das Violette erstreckt, auf Naphtalinroth wirkt, so wird dasselbe zum grössten Theil in solches umgewandelt, das im Spectrum eine viel

1) Hagenbach, Wied. Ann. 18. p. 54. 1883.

2) Hagenbach, l. c. p. 54.

kürzere Strecke einnimmt und dadurch verhältnissmässig intensiver auf eine bestimmte Stelle der Retina einwirken kann; es ist das die Erscheinung, die ich früher als Zusammenziehung des Spectrums beschrieben habe.“

In mehreren Fällen erklärt Hr. Hagenbach aufs neue, den Resultaten der Herren Lommel und Lubarsch entschieden widersprechende Ergebnisse erlangt zu haben. Bei diesem Stande der Frage erschien mir eine erneute Prüfung der betreffenden Erscheinungen noch immer als wünschenswerth. Hierzu bot mir das im vorigen Sommer häufige klare Wetter günstige Gelegenheit, und ich benutzte bei meinen Untersuchungen die Methode der Fluorescenz-erregung durch möglichst homogenes Sonnenlicht, wie man es nach den von Hrn. v. Helmholtz gemachten Angaben erhalten kann.

Um möglichst intensives Licht zur Verfügung zu haben, wurde das von einem Heliostaten *X*, Fig. 10, in das verfinsterte Zimmer geworfene Strahlenbündel durch einen an der Oberfläche versilberten Hohlspiegel *S*₁ von ca. 200 mm Brennweite auf einen in dem Focus befindlichen verschiebbaren Spalt *s*₁ concentrirt. Ein zweiter, fast gleicher Hohlspiegel *S*₂ entwarf ein Bild desselben in etwa 130 cm Entfernung, jedoch wurde passend in den Weg der Strahlen ein Flintglasprisma *P*₁ gestellt, sodass auf dem geschwärzten, mit einem scharfen verstellbaren Spalte *s*₂ versehenen Schirme *RR* ein die Fraunhofer'schen Linien deutlich zeigendes Spectrum entstand, von dem man mittelst des Spaltes einen ca. 1 mm breiten Streifen ausschnitt. Von diesem entwarfen dann der Hohlspiegel *S*₃ und das Flintglasprisma *P*₂ ein spectrales Bild auf der mit einer verschiebbaren Schiene versehenen Wand eines würfelförmigen Pappkastens bei *I*. In der Schiene war ein schmaler Spalt *s*₃ angebracht, welcher einen Theil des den bei *I* sich zeigenden hellen Streifen bildenden Lichtes in das Innere des geschwärzten Kastens treten liess, woselbst es durch eine Linse *L* auf die Lösung von Naphtalinroth concentrirt wurde. Letztere befand sich in einem runden dünnwandigen Fläschchen *F*, und wurde in den meisten Fällen nach Lommel's Vorgang das Licht streifend auf die Fla-

schonwand fallen gelassen. Das Spectroskop Q diene zur Beobachtung der in der Flüssigkeit sich zeigenden Lichterscheinung. Sehr bald fand ich, dass bei *D* und auch noch etwas weiter nach links¹⁾ hin gelegenes Licht sehr deutlich durch Fluorescenzstrahlen hervorruft, die ganz bestimmt wahrnehmbar rechts von dem als gut begrenzten Streifen erscheinenden erregenden Lichte liegen. Deutlich sieht man diesen Streifen sich innerhalb des durch Zerlegung des Fluorescenzlichtes im Spectroskop erscheinenden breiten Bandes verschieben, wenn man zu immer weniger brechbarem, erregendem Lichte übergeht, wobei allerdings die Intensität des Fluorescenzlichtes abnimmt, es aber doch möglich ist, so weit zu gehen, dass so gut wie alles Fluorescenzlicht rechts von dem erregenden Streifen liegt. Die Fluorescenzbande zeigte dabei keinerlei wesentliche Veränderung, abgesehen von der Abnahme der Lichtstärke und damit zusammenhängend der Breite, keinerlei Abstufung und Zurückwischen durch das erregende Licht, wie Hr. Hagenbach sich ausdrückt. Besonders wenn man mit grünem Lichte zur Erregung beginnend allmählich zu immer weniger brechbaren Strahlen übergeht und sieht, wie der Streifen, den das erregende Licht liefert, sich immer mehr dem Fluorescenzbande nähert, dann in dasselbe eintritt und es durchsetzt, gewinnt man die Ueberzeugung, dass man es durchweg mit derselben Fluorescenzerscheinung zu thun hat. Dies tritt besonders deutlich hervor, wenn man zur Orientierung das Fadenkreuz als feste Marke in das Fluorescenzspectrum hineinstellt. Den erregenden Streifen sieht man gewöhnlich sofort mit dem Fluorescenzlichte zugleich, wenn man auf letzteres einstellt; ist dies nicht der Fall, so genügt eine kleine Verschiebung des Spectroskopes, um denselben hervortreten zu lassen, sowohl in wie neben der Fluorescenzbande je nach der Brechbarkeit des erregenden Lichtes. Um das Verhältniss des letzteren zum Fluorescenzlicht noch deutlicher beobachten zu können, wurde ein Streifen weissen Papiers als Ring um das Fläschchen in geeigneter Höhe

1) Links soll in dieser Abhandlung die Richtung zum rothen Ende hin bedeuten.

geklebt, und nun wurde das von s_3 kommende Licht mittelst L so als länglicher Streifen auf das Fläschchen projectirt, dass ein Theil desselben auf das Papier, der andere auf die Flüssigkeit fiel. Beide Theile wurden dann entweder direct zugleich mit dem Spectroskop beobachtet, oder man projectirte die von dem Fläschchen ausgehenden Strahlen zur schärferen Trennung des von dem Papier und von der Lösung kommenden Lichtes nochmals mittelst einer Linse auf den Spalt des Spectroskopes. Bei geeigneter Stellung sieht man dann in letzterem sehr hell den scharf abgegrenzten erregenden Streifen, und darüber oder darunter das Fluorescenzband, in dem, je nach Umständen, jener mehr oder minder hell fortgesetzt erscheint. Hat man Licht aus der Gegend von D oder weiter links her, so sieht man ganz unverkennbar das Fluorescenzlicht nach rechts hin über den erregenden Streifen hinausreichen, während rechts und links von dem Bilde des am Papier zerstreuten Lichtes völlige Dunkelheit herrscht. Hr. Hagenbach glaubt, dass dies entgegen dem Stokes'schen Satze auf diese Weise sich zeigende Fluorescenzlicht von brechbareren Strahlen erregt werde, deren Dasein im Spectroskop neben dem sehr hellen erregenden Streifen leicht zu übersehen sei, aber sofort deutlich, gewissermassen als eine Aureole um den erregenden Streifen, auftrate, wenn man das Hauptlicht abblende. Ich bedeckte daher, wie Hr. Hagenbach, die linke Hälfte des Gesichtsfeldes in der Ebene des Fadenkreuzes des spectroskopischen Oculares durch Aufkleben eines Metallblättchens. Stellt man nun dieses durch Drehen des Fernrohres so, dass der erregende Streifen von links her ganz bedeckt ist, also nur die rechte Hälfte des Gesichtsfeldes bis eben an den erregenden Streifen hinan sichtbar ist, so gewahrt man allerdings eine Erhellung der dem erregenden Streifen benachbarten Partien, deren Ausdehnung und Stärke bei schwachem Verschieben des ganzen Spectroskopes mit festgestelltem Fernrohr bis zu einem Maximum zu- und dann wieder abnimmt. Stellt man das Instrument so, dass das Spectrum des Fluorescenzlichtes seine grösste Helligkeit zeigt, so sieht man leicht, dass dasselbe weiter nach rechts reicht als die Aureole. Dreht man das Fern-

rohr so, dass letztere ganz von dem Metallblättchen bedeckt ist, so sieht man noch immer das erstere recht deutlich in Erscheinung treten. Verschiebt man nun, ohne die Einstellung des Fernrohres zu ändern, den ganzen Spectralapparat, so sieht man die Aureole wieder erscheinen. Indessen auch wenn man diese, nachdem sie ihre grösste Ausdehnung angenommen, ganz bedeckt (sodass also nach rechts hin alles dunkel ist und bei Verschiebung des ganzen Spectroskopes dunkel bleibt, solange man das Fluorescenzlicht von dem Spalt abhält) und nun den Spectralapparat in die Lage bringt, bei der das Fluorescenzlicht am intensivsten erscheint, so sieht man bei günstiger Helle desselben dieses wiederum sich zeigen, und kann daher constatiren, dass auch jetzt noch das Fluorescenzband weiter nach rechts reicht, als die Aureole. Indessen schwächt die Zerstreuung am Papier immerhin in allen Fällen die Aureole. Bei directer Beobachtung ist sie noch erheblich breiter, daher obiges Resultat ohne vollständige Beweiskraft. Die Herren Lommel¹⁾ und Lubarsch²⁾ sehen die Lichthülle als mit dem erregenden Lichte homogen, und lediglich durch Zerstreuung in dem Spectralapparat erzeugt an, was Hr. Hagenbach auch theilweise zugibt. Es dürfte schwer sein, zu beweisen, dass die Lichthülle allein auf obige Weise entstanden; andererseits ist allerdings auch schwer einzusehen, wie bei der von mir angewandten Methode bedeutende Verunreinigungen des erregenden Lichtes eintreten können. Ganz entschieden ist die Erhellung des Gesichtsfeldes, welche man bei homogenem, sehr hellem, auf den Spalt fallendem Lichte bemerkt, wesentlich einfarbig, selbst bis zu den von dem hellen Hauptstreifen weit entfernten Parthien hin. Stellt man das Fernrohr so, dass von einem in dem Spectroskop erscheinenden Sonnenspectrum alles bis auf die blauen Theile von dem Metallblättchen bedeckt ist, und lässt man, ohne die Einstellung zu ändern, dann helles, homogenes, orangefarbenes, auf die oben beschriebene Weise erhaltenes Sonnenlicht auf den Spalt fallen, so sieht man in dem Gesichtsfelde nicht blaues,

1) Lommel, Wied. Ann. 10. p. 640 u. ff. 1880.

2) Lubarsch, Wied. Ann. 11. p. 76 u. ff. 1880.

sondern röthlichgelbes Licht erscheinen, zerlegtes weisses Licht kann also nur in unerheblicher Menge vorhanden sein. Weiter kann man, wie mir scheint, mit Sicherheit nachweisen, was schon die Herren Lubarsch und Lommel angenommen haben, dass Licht von der Stärke der Aureole überhaupt nicht im Stande ist, das betreffende kritische Fluorescenzlicht zu erregen, und das gilt natürlich umsomehr, wenn die Aureole, wie wir oben gesehen, nur sehr theilweise aus brechbarerem Lichte, als das des Hauptstreifens bestehen kann. Lässt man nämlich von s_3 aus irgend welches Licht auf die Flüssigkeit und Papier am Fläschchen fallen, so zeigt sich, dass Licht, welches, diffus reflectirt, im Spectroskop sehr gut zu sehen ist, keinerlei wahrnehmbare Fluorescenz hervorzurufen vermag. Selbst grüne, also äusserst wirksame Strahlen bilden keine Ausnahme. Man kann zu solchen Untersuchungen ein recht unreines, von einer hinter s_2 aufgestellten Flamme durch S_3 und P_2 bei s_3 entworfenen Spectrum verwenden. Oder man lässt durch Drehen von P_2 von dem neben dem homogenen hellen Streifen ausgebreiteten Lichte, das jedenfalls hauptsächlich von dem, dem auf RR erscheinenden Spectrum beigemischten weissen Lichte herrührt, durch s_3 treten. Auch wenn in dem Spectroskop dann ein recht breites mattes Spectrum sich bei Betrachtung des vom Papier zerstreuten Lichtes zeigt, kann man doch keine Fluorescenz bemerken, womit sich mir Hr. Hagenbach's neuester Einwand (p. 521) zu erledigen scheint. Bedenkt man, dass die Aureole bei diffus reflectirtem Lichte und das Fluorescenzspectrum in Bezug auf Intensität höchstens von derselben Ordnung sind, erstere gegen letzteres sogar, wie wir sehen, ganz zurücktreten kann, so ist nicht einzusehen, wie die Lichthülle das von der Stokes'schen Regel abweichende Phänomen hervorrufen kann.

Auch sehr dünne Schichten der Lösung zeigen noch dasselbe Verhalten. Auf die durch eingebrannten Russ matt und schwarz gemachte Seite eines Glasstückes brachte man etwas von der betreffenden Flüssigkeit, bedeckte diese mit einem mikroskopischen Deckgläschen und bewirkte unter diesem durch Hin- und Herbewegen eine gleichmässige capillare

Flüssigkeitslamelle, die das Deckgläschen auch bei verticaler Stellung festhielt. Brachte man diese Vorrichtung nun so in den Kasten und liess möglichst streifendes Licht auf die dünne Schicht der Lösung fallen, so erblickte man noch immer die kritischen Fluorescenzstrahlen. Sobald man ein Stück weissen Papiers an das Deckgläschen hielt, oder wenn die Flüssigkeit vertrocknet war, zeigte sich nur noch der erregende Streifen.

IV. Ueber den Zusammenhang zwischen Absorption der Farbstoffe und deren sensibilisirender Wirkung auf Bromsilber; von H. W. Vogel.

Im Jahre 1873 machte ich die Beobachtung, dass verschiedene Farbstoffe, dem Bromsilber beigemischt, die Fähigkeit haben, die Lichtempfindlichkeit desselben für diejenigen Strahlen zu steigern, welche von den betreffenden Farbstoffen absorbirt werden.¹⁾ Ich bewies damit, dass das zuerst von Draper aufgestellte und von Schultz-Sellack für Silbersalze bestätigte Gesetz des Zusammenhanges zwischen Absorption und chemischer Wirkung²⁾ (wonach nur diejenigen Strahlen auf einen Körper chemisch wirken, welche von demselben in merklicher Stärke absorbirt werden) noch einer Erweiterung bedarf, insofern als bei photographischen Platten nicht nur die Lichtabsorptionsfähigkeit der Silbersalze selbst, sondern auch die Lichtabsorptionsfähigkeit der beigemengten Substanzen eine Rolle spielt.

Ich bewies diesen Zusammenhang zwischen chemischer Lichtwirkung auf Bromsilber und Lichtabsorption beigemengter Substanzen (die ich optische Sensibilisatoren nannte) zunächst für Corallin, Methylosanilinpikrat, Fuchsin, Naphta-

1) H. W. Vogel, Ber. d. deutsch. chem. Ges. 6. p. 1305. 1873. Photogr. Mittheil. 9. p. 236. 1873, ferner die Photographie farbiger Gegenstände in den richtigen Tonverhältnissen. Berlin 1885 bei Oppenheim. p. 7.

2) Schultz-Sellack, Pogg. Ann. 143. p. 166. 1871.

linroth, Aldehydgrün, Methylviolett und Cyanin.¹⁾ Weiterhin wurde die Richtigkeit meiner Anschauung noch durch Becquerel für Chlorophyll²⁾, durch Waterhouse³⁾ für Eosin, Carmin etc. constatirt, und in neuester Zeit zeigte Eder, dass sie noch für viele andere Farbstoffe Gültigkeit hat.

Ich erkannte dabei recht wohl, dass der Absorptionsstreifen der Farbstoffe, wie sie gemeinhin in Lösungen erkannt werden, und die Stelle der durch dieselben verursachten Maxima der photographischen Wirkung nicht genau dieselbe Lage haben.⁴⁾ Dies erklärte ich durch das Factum, dass die Lage der Absorptionsstreifen eines und desselben Körpers gar nicht constant ist, sondern sich mit dem Medium ändert, in welchem sich der Körper befindet. (Kundt's Regel.)

Niemand hat deshalb in dieser geringen Legendifferenz zwischen optischem Absorptionsstreifen und photographischem Maximum einen Einwand gegen mein Gesetz der optischen Sensibilisation gesehen, und ist die Richtigkeit desselben im ganzen bis jetzt durch Versuche mit etwa 50 Farbstoffen, deren Wirkung völlig dem Gesetz entspricht, bestätigt.

Im Gegensatz hierzu will Hr. Messerschmitt⁵⁾ diesen Zusammenhang zwischen Absorption und sensibilisirender Wirkung als nicht erwiesen ansehen, und zwar auf Grund einer einzigen Ausnahme, d. i. der Wirkung des Diamidobenzols, welches ein photographisches Maximum im Gelbgrün veranlasst, ohne daselbst einen Absorptionsstreifen zu zeigen.⁶⁾

1) H. W. Vogel, Pogg. Ann. 153. p. 233. 1874. Ber. d. deutsch. chem. Ges. 8. p. 1635. 1874.

2) Becquerel, Compt. rend. (3) 79. p. 185. 1874.

3) Waterhouse, Photogr. Mittheil. 13. p. 17. 1876.

4) H. W. Vogel, Pogg. Ann. 153. p. 235. 1874.

5) Messerschmitt, Wied. Ann. 25. p. 673. 1885.

6) Eine zweite Ausnahme, welche Hr. Messerschmitt anführt (salpetersaures Chrysanilin), erkenne ich nicht als solche an, da Chrysanilin faktisch einen Absorptionsstreif zwischen *F* und *b* besitzt (s. Vogel, pract. Spectralanalyse, Berlin 1877 bei Oppenheim, p. 379), welchem nach neuerdings von mir angestellten Versuchen ein Wirkungstreif auf *bE* entspricht.

Auf Grund einer solchen einzigen Ausnahme könnte man eine ganze Reihe jetzt als gültig angesehener Naturgesetze umstossen. Noch weniger aber kann der Hinweis auf die Thatsache, dass manche (nicht alle) Farbstoffe in minimalsten Mengen am besten sensibilisirend wirken, als Einwand gelten. Richtig ist es, dass das Auge bei solchen kleinen Mengen, wie z. B. bei ganz verdünnten Lösungen, einen Absorptionsstreifen nicht mehr bemerkt. Niemand wird aber dennoch behaupten wollen, dass eine Absorption überhaupt nicht mehr vorhanden sei. Noch weniger kann hier die quantitative Messung der Absorption als Argument dienen, indem bei derselben Bestimmungsfehler von 5 Proc. gar keine Seltenheit sind.

Ich kann hierbei nicht umhin, zu bemerken, dass über dasjenige, was man Absorptionsspectrum eines Körpers nennt, noch vielfach die unklarsten Anschauungen herrschen. Gewöhnlich versteht man das Spectrum der Lösung eines Körpers darunter und übersieht dabei, dass, wie ich 1878 nachgewiesen¹⁾ habe, das Spectrum der festen Stoffe oft total vom Spectrum der Lösung verschieden ist, dass ferner das Lösungsmittel nicht nur auf die Lage der Absorptionsstreifen wirkt, sondern oftmals den Charakter eines Spectrums so gänzlich verändert, dass man dasselbe gar nicht mehr wiedererkennt (Beispiel: Pupurin, Naphtalinroth, Anilinblau in Wasser und Alkohol), ja dass sogar bei manchem Körper (Didymsalze) grössere oder geringere Wassermengen einen merklichen Einfluss auf den Charakter des Spectrums äussern.²⁾ Bei dieser Beeinflussung der Absorption durch fremde Medien (wozu bei photographischer Gelatine unter Umständen noch die Bildung von Farbstofflacken durch vorhandene Thonerde und Magnesiasalze und andere chemische Einflüsse treten) können dann in der That Erschei-

1) H. W. Vogel, Berl. Monatsber. 1878. p. 410.

2) Lippich zeigte, dass eine concentrirte Didymlösung anders begrenzte Absorptionsstreifen zeigte, als eine zehnfach verdünnte in zehnfach stärkerer Schicht (Zeitschr. f. anal. Chem. 15. p. 434. 1876. Vogel, Praktische Spectralanalyse. Berlin bei Oppenheim. p. 321.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XXVI.

nungen vorkommen, welche dem von mir aufgestellten Gesetz der optischen Sensibilisation scheinbar widersprechen, weil man die Absorption unter anderen Bedingungen beobachtet hat, als die Sensibilisation. Man hat aber nicht das Recht, das Gesetz auf Grund einer, oder selbst einiger Ausnahmen hin in Frage zu stellen.

Berlin, im September 1885.

V. Studien über Flüssigkeitsbewegungen¹⁾; von Georg Kötschau.

(Inauguraldissertation, mit Kürzungen für die Annalen bearbeitet vom
Hrn. Verfasser.)

(Hierzu Taf. V Fig. 11—21.)

1. Die im Folgenden beschriebenen Versuche schliessen sich eng an eine Abhandlung des Hrn. Prof. Oberbeck: Ueber discontinuirliche Flüssigkeitsbewegungen²⁾ an. In dieser Arbeit sind bekanntlich experimentelle Untersuchungen über die Möglichkeit von Strahlbildungen einer tropfbaren Flüssigkeit in einer gleichartigen beschrieben worden, zugleich gibt der Hr. Verfasser einige Andeutungen, in welcher Richtung die von ihm begonnenen Experimente weiter fortgeführt werden könnten, und stellt eine Fortsetzung derselben in Aussicht. Die Dissertation, aus welcher hier ein Auszug gegeben werden soll, stellt sich als eine solche dar, und zwar ist hauptsächlich der schon von Hrn. Prof. Oberbeck beschriebene Fall des Auftreffens eines Strahles auf einen in der Flüssigkeit angebrachten festen Körper genauer behandelt und das Verhalten mehrerer gleichzeitig austretender Strahlen beschrieben worden.

1) Die Untersuchung wurde in dem physikalischen Laboratorium der Universität Halle ausgeführt.

2) Oberbeck, Wied. Ann. 2. p. 1. 1877.

2. Zu den Versuchen wurde ein ganz ähnlicher, wie der von Hrn. Prof. Oberbeck benutzte Apparat, verwendet, der aber vor diesem durch grösseren Umfang, grössere Festigkeit und bequemere Einrichtung ausgezeichnet war. Er bestand aus einem oben offenen, parallelepipedischen Gefäss von 60 cm Höhe, 30 cm Breite und derselben Tiefe; zwei gegenüberliegende Seitenwände dieses, sonst aus starken Zinkplatten hergestellten Behälters waren Glastafeln, welche den Einblick in das Innere verstatteten. Zur Seite dieses Gefässes befand sich eine noch um 5 cm über dieses hinausragende, 50 cm lange Glasröhre, deren Durchmesser 5 cm betrug, die, sich nach unten zu verjüngend, in ein gekrümmtes Messingrohr überging, welches in das Gefäss unterhalb der Mitte des Bodens mit kreisförmiger Oeffnung von 1,5 cm Durchmesser einmündete. Auf diese wurde innerhalb des Gefässes ein cylindrisches Ansatzrohr von 8 cm Länge und 2 cm mittlerem Durchmesser aufgesetzt, auf welches die Ausflussöffnungen befestigt werden konnten; als solche dienten Glasröhren, die mittelst durchbohrter Korke aufgesteckt, oder dünne Scheibchen mit verschiedenartigen Oeffnungen, welche aufgeschraubt werden konnten. In dem Messingrohr unterhalb des grossen Behälters war ein Hahn angebracht, der die Verbindung zwischen Glasröhre und Gefäss herzustellen oder zu unterbrechen gestattete (s. Fig. 11). Die Experimente wurden in derselben Weise ausgeführt, wie es in der eingangs citirten Abhandlung beschrieben ist: das grosse Gefäss wurde bei geschlossenem Hahn mit Wasser gefüllt, die Glasröhre mit durch Anilin schwach roth gefärbtem Wasser. Dabei ist eine unerlässliche Bedingung zum guten Gelingen, dass der Apparat längere Zeit (am besten die Nacht hindurch) gefüllt im Zimmer stehen bleibt, damit sich das Wasser beruhigt und vor allem die Zimmertemperatur annimmt. Wird dann das Niveau der rothen Flüssigkeit in der Glasröhre etwas höher genommen, als im Wasserbehälter, und der Hahn längere oder kürzere Zeit geöffnet, so entstehen bei geringen Druckdifferenzen die von Hrn. Prof. Oberbeck schon beschriebenen Strahl- und Ringbildungen. Um nahezu constanten Druck zu erhalten, konnte die Anilin-

lösung in der Glasröhre durch Heber mit einem flachen, breiten, ebenfalls mit der Lösung angefüllten Gefäß in Verbindung gebracht werden; das Niveau änderte sich in diesem Fall auch bei längerem Ausfluss nur wenig.

3. Um die Deformationen des Strahles durch feste, ihm entgegengesetzte Körper zu untersuchen, wurden demselben die verschiedenen möglichen Elemente, welche die Oberfläche eines beliebigen Körpers zusammensetzen, einzeln und in Verbindung miteinander entgegengesetzt, nämlich scharfe Spitzen, scharfe Kanten, ebene Scheiben, convex und concav zum ausfliessenden Strahl gekrümmte Flächen und zuletzt Körper, bei welchen die genannten Typen in Verbindung miteinander auftraten. Der Strahl zeigte allgemein das Bestreben, die Wasserschichten, die um den festen Körper herumliegen, zu verdrängen und denselben mit einem dünnen rothen Mantel zu umgeben; dadurch erleidet aber der Strahl die mannigfaltigsten Deformationen.

Bei einem zu einer feinen Spitze ausgezogenen Glasstab und dergleichen zeigte sich, dass der Verdrängungsprozess der anhaftenden Flüssigkeitsschicht so schnell vor sich ging, dass man an dem ausfliessenden Strahl selbst bei geringer Geschwindigkeit kaum eine Veränderung wahrnehmen konnte, was durch die Kleinheit der durch Adhäsion an dem eingetauchten Stab haftenden Flüssigkeitsschicht bedingt sein mag. In dieser Bemerkung sieht der Verfasser auch den Grund, warum die Substanz des Körpers oder genauer die Beschaffenheit seiner Oberfläche so wenig einflussreich auf die Strahlbildungen ist: selbst kleine Unebenheiten der Oberfläche, etwa hervorgerufen durch darauf haftende Eisenfeilspäne, brachten keine Aenderung in der Ausbreitung des Strahles gegenüber dem analogen Vorgang bei möglichst glatten Oberflächen hervor.

Der schon von Hrn. Prof. Oberbeck beschriebene Fall der entgegengesetzten scharfen Kante¹⁾ wurde wiederholt und dieselben Resultate erhalten: die Figuren 11 und 12 Taf. I

1) Oberbeck, Wied. Ann. 2. p. 12. 1877.

des citirten Bandes wurden als durchaus zutreffend wiedererhalten.

4. Besonders interessant zeigte sich der nach vielen Richtungen hin untersuchte Fall der Ausbreitung an ebenen, horizontal gestellten Scheiben. Hier ist besonders das Verhalten des Strahles an den Grenzcontouren und die Bildung der Stromlinien beachtenswerth: man würde nämlich meinen, dass der Strahl nach seiner Ausbreitung am unteren Rand einer im Verhältniss zum Querschnitt des Strahles nicht zu kleinen Scheibe vom Rand aus horizontal weitergehen würde: eine Ansicht, welche auch Hr. Prof. Oberbeck vertritt¹⁾; indessen ist dies nur unter gewissen Voraussetzungen richtig; es hängt nämlich wesentlich davon ab, ob die unterhalb des festen Körpers scheibenförmig ausgebreitete rothe Flüssigkeit am Rand zweiseitige Wirbelflächen bilden kann, von denen im weiteren Verlauf allein die oberen ausgebildet werden, oder einseitige nach unten, ohne dass überhaupt obere entstehen.²⁾ Nach vollständiger Bedeckung erfolgt nur im zweiten Fall Weiterfliessen in horizontaler Richtung, im ersten dagegen eine Bewegung der strömenden Flüssigkeit schräg nach oben, wodurch zuweilen sehr schöne Strömungsfiguren sich bilden können. Den Grund, warum bald einseitige, bald zweiseitige Wirbelflächen entstehen können, sucht der Verfasser hauptsächlich in der verschiedenen Grösse der Ausflussgeschwindigkeit, und zwar gab regelmässig grosse und constant erhaltene Ausflussgeschwindigkeit eine durchaus horizontale Bewegung der strömenden Flüssigkeit, kleine dagegen oder abnehmende führte zu den Strömungsfiguren. Während im ersten Fall die Figuren meistens sehr einfach waren, brachte der andere Fall besonders schöne Gebilde: die Stromlinien oder besser Stromflächen nahmen dann verschiedene Gestalten an: sie sind zunächst von unten und von der Seite gesehen convex, werden dann gerade und zuletzt

1) Oberbeck, Wied. Ann. 2. p. 13 u. 14. 1877.

2) Die Figuren 12_a und 12_b stellen die beiden entsprechenden Querschnitte dar; zu bemerken ist, dass Fig. 12_a der Deutlichkeit wegen etwas übertrieben gezeichnet worden ist.

concap, in jedem Stadium der Entwicklung der Figur eine charakteristische schöne Gestalt verleihend. Die andere Art der Ausbreitung zeigt die von Hrn. Prof. Oberbeck beschriebenen Strömungsfiguren, welche sich höchstens in secundärer Weise zu flachen Napfgebilden umgestalten mit der Höhlung nach oben zu, was man dem störenden Einfluss der Gefässwände wird zuschreiben müssen. Die Entfernung der Scheibe von der Ausflussöffnung, sowie die Grösse derselben haben geringere Bedeutung für die Bildung der Figuren.¹⁾

5. Besonders schön werden die Figuren, wenn man ebene Scheiben, die die Gestalt regulärer Polygone haben, dem Strahl horizontal entgegenstellt. Die ausfliessende Flüssigkeit erhebt sich dann über die Seiten der Polygonscheibe eher als über die Ecken, dadurch entstehen ebenso viele Einsenkungen, als Ecken vorhanden sind, während an den Stellen grösserer Erhebung durch die Reibung die charakteristischen Wirbelflächen gebildet werden, daher bekommt die Figur ebenso viele Wirbelflächen, als sie Seiten hat. Die Stromflächen sind fortwährenden Aenderungen unterworfen, indem sie von convexer zu concaver Krümmung übergehen, und diese Aufeinanderfolge bietet einen sehr schönen Anblick dar: Fig. 13 zeigt z. B. eine solche Stromfigur für eine Scheibe von der Form eines regulären Fünfecks; sieht man oben darauf, so erblickt man bei Benutzung einer seckseckigen Scheibe eine Figur von der Gestalt Fig. 14. Bei der kreisförmigen Scheibe fallen die Maxima und Minima der Erhebungen zusammen, und man erhält eine einfache Revolutionsfigur, deren erzeugende Curve die verschiedenen Stadien von convexer zu concaver Krümmung durchläuft; die ursprünglich unteren Wirbeltheile umgeben hier, wie bei den vorher genannten Figuren, die Strömungsgebilde, wie mit einem Kranze, der nur durch eine dünne Membran mit den übrigen Theilen verbunden ist. Eine geringe Aenderung der symmetrischen Lage der Scheibe beeinträchtigt sofort die vollkommene Aus-

1) Nicht ganz im Einklang mit der von Hrn. Prof. Oberbeck, Wied. Ann. 2. p. 13, 14 u. 16. 1877 aufgestellten Behauptung.

bildung der Figuren: stellt man z. B. eine Kreisscheibe schief zum ausfliessenden Strahl auf, so bemerkt man, dass die höchste Erhebung der ausströmenden Flüssigkeit über der höchsten Stelle der Scheibe sich befindet, die geringste dieser diametral entgegengesetzt, auch geht der grössere Theil nach jener und nur ein kleiner nach dieser Seite der Scheibe. Ein ausfliessender Strahl lässt sich auch theilen durch Entgegenstellen einer durchlöcherten Scheibe oder dadurch, dass man eine Scheibe so aufhängt, dass der Strahl nur zum Theil auftrifft, die beiden Theile des Strahles verfolgen dann getrennt ihren Weg.¹⁾

6. Was die Körper mit convex gekrümmter Oberfläche anbetrifft, so verhielt sich der auf einen dünnen horizontal gelegten Glasstab oder dünnen Kupferdraht auftreffende Strahl besonders interessant; er theilte sich nämlich in zwei gleiche oder ungleiche Theile, je nachdem der Stab central gestellt war oder nicht. An beiden Theilen bilden sich die Wirbelköpfe von neuem oder, wenn sie einander zu nahe sind, scheinbar nur einen allein, jedoch verschmelzen sie in ihrer ganzen Ausdehnung an keiner Stelle miteinander, so gering auch die ungefärbte Flüssigkeitsschicht zwischen ihnen sein mag, und so ist auch an dem scheinbar einheitlichen Wirbelkopf ein deutlicher Trennungsschnitt zwischen beiden Theilen zu bemerken. Man erkennt hier eine ganz bedeutende Abweichung von den Savart'schen Bildungen, die beim Auftreffen eines Wasserstrahles auf einen Glasstab in Luft entstehen.²⁾

7. Bei concav gekrümmten Flächen erfolgte bei starkem Druck, geringer Krümmung und constant gehaltenem Niveau Ausdehnung in der Richtung der Tangente, wie nach dem Vorhergehenden zu erwarten stand; bei geringem Druck zeigte sich aber auch hier ein Umbiegen an den Rändern

1) Oberbeck, Wied. Ann. 2. p. 14. 1877.

2) Savart, Ann. de chim. et de phys. (2) 54. p. 114 u. Taf. 6 Fig. 4—12. 1833; auch Magnus, Pogg. Ann. 106. p. 25 u. 26 u. Taf. 2 Fig. 18 u. 19. 1859.

nach oben und darauf folgende Einhüllung. Als Einhüllungsgegenstände sind dabei Körper mit flacher Krümmung, etwa Uhrgläser oder Brennspiegel etc., ins Auge gefasst, denn ganz anders wurde es bei starker Krümmung. Entweder traten dann Verwirrungen der Figuren mit Wolkenbildungen ein, z. B. bei einem umgestürzten Glastrichter, oder die ausströmende Flüssigkeit brach sich an den ungefärbten Wasserschichten am Eingang zu dem concav gekrümmten Körper, sodass diese die Rolle eines festen Körpers spielten; dies zeigte sich z. B. beim Entgegenstellen eines umgestürzten Reagensgläschens, ein ganz geringer Theil des Strahles dringt allerdings doch ins Innere desselben ein.¹⁾

8. Man sieht aus dem Bisherigen, dass neben der Ausflussgeschwindigkeit wesentlich die Lage und Krümmung der Flächen entscheidet, ob und wie weit die durch Adhäsion anhaftende Flüssigkeitsschicht durch den auftreffenden Strahl verdrängt wird. An Unterbrechungen der Continuität verhält sich die strömende Flüssigkeit [verschieden, je nachdem man grosse Ausflussgeschwindigkeit bei constantem Niveau oder kleine abnehmende Ausflussgeschwindigkeit anwendet: im ersten Fall erfolgt Weitergehen der Strömungslinien in der Richtung der Tangente an diesen Randstellen, im anderen dagegen Einhüllung und Umschliessung des Körpers trotz dieser Unterbrechungsstellen der Continuität. Die Strömungslinien durchlaufen verschiedene Stadien: sie sind zuerst stark convex nach unten gekrümmt, werden allmählich gerade, zuletzt concav; nach Beendigung des Ausströmens scheint dann, die gefärbte Flüssigkeit direct an dem festen Körper entlang zu gleiten. Das Material des festen Körpers spielt eine so untergeordnete Rolle, dass es sogar gleichgültig ist, ob die Oberfläche glatt oder rauh ist. Zuweilen kann eine Vertreibung der ruhenden Flüssigkeit nicht erfolgen, dann verhält sich wegen der Incompressibilität der

1) S. Fig. 15. Den grossen Unterschied mit den analogen Erscheinungen in Luft zeigt die Vergleichung mit Pogg. Ann. 80. p. 7 u. 8 u. Taf. I Fig. 5 u. 6. 1850.

tropfbaren Flüssigkeiten die begrenzende Flüssigkeitsschicht nahezu wie ein fester Körper.

9. Ferner schien es von ganz besonderem Interesse, das Verhalten mehrerer gleichzeitig austretender Flüssigkeitsstrahlen zu untersuchen, hauptsächlich deshalb, weil diese Versuche als eine Art Fortsetzung der hydraulischen Untersuchungen von Savart¹⁾, und namentlich Magnus²⁾ angesehen werden können: die Erscheinungen der sich im Wasser kreuzenden Wasserstrahlen werden sich von den von Savart und Magnus beschriebenen wesentlich verschieden gestalten wegen der Verschiedenartigkeit der Medien, in denen die Bewegung erfolgt.

Zunächst gilt für parallel austretende Strahlen (ein Fall, der von den genannten Physikern nicht untersucht worden ist, da er nichts Besonderes zu bieten verspricht) eine schon bei Gelegenheit der Einhüllung horizontal gelegter Glasstäbe und dergleichen gemachte Bemerkung: sie verschmelzen nie miteinander, so nahe sie auch sein mögen, und man hat es in der Hand, die Entfernungen so gering zu machen, als man will, indem man in kleinen Metall- oder Pappscheibchen verschiedene Oeffnungen anbringen und jene auf den Ansatzcylinder aufschrauben konnte. Auch wenn sie einen gemeinsamen Wirbelkopf zu haben scheinen, besteht derselbe doch aus so vielen getrennten Stücken, als man Strahlen ausfliessen lässt, oder, falls die Entfernung der Ausflussöffnungen gross genug ist, dass die Wirbelköpfe sich voll ausbilden können, so geschieht dies, und man kann dann häufig bemerken, dass diese Wirbelköpfe nach aussen umgewickelt werden und sich immer wieder neu bilden müssen, damit ein Verschmelzen vermieden werden kann. Diese Strahlen, die aus Oeffnungen in dünner Wand austreten, sind im allgemeinen nicht wesentlich verschieden von denen, die aus Glasröhren hervorgehen, nur in einer Beziehung zeigen sie eine Verschiedenheit: bei starkem Druck entstehen bei Strahlen, die durch dünne Scheiben gehen, Wellenbildungen und damit

1) Savart, Ann. de chim. et de phys. (2) 55. p. 257 ff. 1834.

2) Magnus, Pogg. Ann. 95. p. 1. 1855.

verbunden eine geringe garbenförmige Ausbreitung, ehe das Stadium der Wolkenbildungen eintritt, diese Erscheinung fehlt bei den aus Glasröhren austretenden Strahlen. Die Versuche wurden angestellt für zwei, drei und vier kreisförmige Oeffnungen, die in bestimmter Lage zu einander angeordnet waren. Auch machte es keinen Unterschied, ob die Ausflussöffnungen gleich gross waren oder nicht: eine Verschmelzung trat auch im letzteren Fall nicht ein.

10. Die Frage, ob der ausfliessende Strahl die Gestalt der Ausflussöffnung beibehält oder nicht, war wegen der geringen Mittel der Beobachtungsmethode nicht sicher zu entscheiden; es gilt hierfür eine ähnliche Bemerkung, wie die von Magnus¹⁾ gemachte, nämlich, dass es leichter ist, den Vorgang beim Zusammentreffen zweier Strahlen zu studiren, als den bei Bildung eines einzigen, wenn dieser auch aus einer einfach gebildeten Oeffnung austritt. Aus den vielen zu diesem Behuf angestellten Versuchen schien indessen hervorzugehen, dass der Strahl im allgemeinen die Gestalt der Ausflussöffnung beibehält, wenigstens zeigte z. B. ein aus dreieckiger Oeffnung austretender Strahl, von oben gesehen, einen Stamm mit dreieckigem Querschnitt, bei Benutzung einer länglich viereckigen Oeffnung zeigte sich der Stamm des Strahles allerdings um einen Rechten gedreht, jedoch schien auch hier der Querschnitt ein Rechteck zu sein.²⁾ Die Erscheinungen der Wellenbildung und der gedrehten Lage werden dadurch ihre Erklärung finden, dass die seitlich durch die enge Oeffnung eindringenden Wassertheilchen ihre seitlich gerichteten Geschwindigkeitscomponenten nicht ganz verlieren, die, weil sie einander entgegengerichtet sind, zum Zusammenstoss in der Symmetrieaxe führen; ebenso werden die bei den seitlich an den langen Seiten der rechteckigen Oeffnung austretenden Theilchen Geschwindigkeitscomponenten in nicht verticaler Richtung haben, welche diejenigen

1) Magnus, Pogg. Ann. 95. p. 3. 1855.

2) Jedenfalls schienen die Erscheinungen sich hier viel einfacher darzustellen, als Magnus es in Pogg. Ann. 95. p. 20. 1855 für Wasserstrahlen, die in Luft ausfliessen, beschrieben hat. Man vergleiche auch Taf. II. Fig. 15—21 des citirten Bandes.

der an den schmalen Seiten austretenden bedeutend überwiegen.

11. Um geneigt zu einander fließende Strahlen zu erzeugen, wurden gegabelte Glasröhren benutzt. Wenn man dann die Zinken der Gabel gleichlang machte, den Winkel, den beide bildeten, variirte, die Durchmesser der Theile gleich oder verschieden annahm, und ihre Axen in eine Ebene fallen oder windschief zu einander sein liess, so konnte der grösste Theil der von Magnus¹⁾ für Wasserstrahlen in Luft beschriebenen Versuche wiederholt werden, nur die, welche ungleichen Druck voraussetzen, mussten ausgeschlossen bleiben. Zunächst geben zwei Strahlen, die aus gleichlangen und gleichdicken Röhren central²⁾ unter einem Winkel von 180° gegen einander fließen, eine kreisrunde Scheibe mit stark verdicktem Rand und wenig gefärbtem Inneren, während der analoge, schon von Savart³⁾ ausgeführte und von Magnus⁴⁾ wiederholte Versuch für Wasserstrahlen, die in Luft ausfließen, eine kreisrunde Wasserfläche gibt, von deren Rand nach allen Seiten in radialer Richtung Wassertropfen wegfliegen. Diese Capillarerscheinungen fallen hier fort und werden ersetzt durch die durch die Reibung erzeugten Wirbelflächen, die die Kreisscheibe in unserem Falle als einen kreisförmigen Ring erscheinen lassen. Die Entstehung dieses Ringes sieht man am deutlichsten, wenn man nicht in der Richtung eines Strahles, sondern in einer zu dieser um 90° gedrehten Richtung⁵⁾ sieht; dann bemerkt man, wie die austretenden Strahlen, wenn sie in grosse Nähe zu einander kommen, sich gegenseitig abplatten, wie an festen ebenen Scheiben, und bei weiterem Ausfluss verschmelzen mit Bei-

1) Magnus, Pogg. Ann. 95. p. 3 u. ff. 1855.

2) Das Wort „central“ in der von Magnus gebrauchten Bedeutung genommen: „zwei Strahlen treffen sich central, wenn ihre Axen sich schneiden, mögen sie parallel sein oder einen Winkel mit einander bilden“.

3) Savart, Ann. de chim. et de phys. (2) 55. p. 259. 1834.

4) Magnus, Pogg. Ann. 95. p. 5. 1855.

5) Diese Lage wollen wir im Folgenden die „Seitenansicht“ der Figuren nennen, die um 90° gedrehte dagegen die „Vorderansicht“.

behaltung der zweiseitig ausgebildeten Wirbelflächen. Diese vielfach eingerollten Flächen bewirken, dass man bei der Vorderansicht durch eine ganze Anzahl rother Schichten sehen muss, und dadurch wird die grössere Intensität der Farbe gegenüber der einfachen inneren Schicht erzeugt.¹⁾ Treffen sich die Axen der Strahlen nicht mehr central, so erhält man Abweichungen von der Kreisform, und zwar um so grössere, je weiter man den einen Schenkel verbiegt: man erhält dann ganz analog dem Magnus'schen²⁾ Versuch eine Art elliptischen Ringes, dessen grosse Axe mit den Strahlenrichtungen zusammenfällt, während sich an den Enden derselben Axe die bekannten Wirbelköpfe bilden. Die Ellipse ist um so gestreckter und um so mehr zu der ursprünglichen Richtung der Strahlen geneigt, je mehr die letzteren aus ihrer Anfangslage verbogen sind. Die Deformation des elliptischen Ringes hängt aber auch in hervorragender Weise von der grösseren oder geringeren Ausflussgeschwindigkeit ab. Kurzes Oeffnen und Schliessen gibt hier einen einzigen Ring, der um so mehr die Kreisform verliert, je grösser die Geschwindigkeit ist.

12. Anders gestalten sich die Erscheinungen, wenn man den Winkel, den die beiden Strahlen bilden, ändert: macht man diesen etwa $120-130^\circ$ gross, so entsteht unmittelbar nach dem Zusammentreffen auch ein Kreisring, der aber den Ort des Zusammentreffens der beiden Strahlen nicht mehr zum Centrum hat, die Figur liegt ebenfalls in der Mitte zwischen beiden Ausflussöffnungen und halbirt den Winkel, den die Strahlen miteinander bilden. Diese Figur bekommt aber schnell ein anderes Ansehen, indem sich rechts und links Wirbelköpfe ausbilden, dadurch erhält sie die Gestalt einer Lyra (s. Fig. 16_a). Die Seitenansicht Fig. 16_b zeigt,

1) Die Geschwindigkeit der von dem Inneren nach dem Raud fliessenden Theilchen ist keineswegs so gross, wie man vielleicht meinen möchte: an kleinen, zuweilen in der Anilinlösung vorkommenden festen Körperchen bemerkt man dies sehr wohl, natürlich hängt sie in hervorragender Weise von der Grösse der Geschwindigkeit ab, mit der sich die Strahlen treffen.

2) Magnus, Pogg. Ann. 95. p. 5. 1855 u. Taf. I. Fig. 3.

dass für die innerhalb des Strahlenwinkels liegenden Theile der Figur eine ganz ähnliche Bemerkung gilt, wie die, welche Magnus¹⁾ von den in Luft zusammentreffenden Strahlen macht: je spitzer nämlich der Winkel, den die Strahlen bilden, ist, um so geringer wird die Fläche nach der Seite innerhalb dieses Winkels ausgedehnt, wird der Winkel kleiner als 90° , so verschwindet dieser Theil der Fläche, den Magnus mit bq bezeichnet, ganz, und die Figur ist nur auf einer Seite ausgebildet. Bemerkenswerth ist, dass die Breite der Figur durch den Druck wesentlich verändert wird: grösserer Druck gibt eine breitere Figur. Endlich kann sich bei weiterem Ausfluss oben noch ein Wirbelkopf bilden, wodurch die Figur Aehnlichkeit mit Wappengebilden bekommt (Fig. 17).

13. Interessant ist es ferner, die Entwicklung der Figuren zu untersuchen, die sich bilden, wenn die beiden gleichen Strahlen sich nicht central treffen. Macht man zu dem Zwecke den einen Arm der Glasgabel beweglich, sodass die Axe desselben vor der des anderen einen Kreisbogen beschreiben kann, und geht von einer solchen Stellung aus, bei welcher die beiden Strahlen eben noch aneinander vorbeigehen, ohne sich irgendwie zu beeinflussen, und nähert sie darauf sehr wenig, so treffen sie sich zunächst an den Strömungsflächen, während die eigentlichen Strahlen in ihrer ursprünglichen Richtung weiter gehen, die Wirbelköpfe bleiben dann bei beiden ausgebildet, zwischen den inneren Seiten derselben spannt sich aber eine dünne Lamelle aus, die begrenzt wird durch eine hyperbelartige Curve, etwa wie Fig. 18 zeigt. Nähert man die Strahlen noch weiter, so treffen sich auch diese theilweise, sie werden mehr und mehr gekrümmt und von ihrer Anfangsrichtung abgelenkt, zugleich wird die ganze Figur nach und nach in die Ebene gedreht, welche den Strahlenwinkel halbirt. Die hyperbolische Grenzcurve wird immer flacher, bis sie bei centralem Treffen in die schon erwähnte Strömungsfläche übergeht, ausser in diesem letzten Stadium ist die Figur eine windschiefe.

14. Verkleinert man den Strahlenwinkel, so ist der

1) Magnus, Pogg. Ann. 95. p. 6. 1855 u. Taf. I. Fig. 4 u. 5.

einzigste Unterschied in den erhaltenen Figuren der, dass der Winkel, welchen die Tangenten an den Stellen des Randes bilden, welche von der durch den Ort des Zusammentreffens senkrecht zur Symmetrieaxe gezogenen Geraden getroffen werden, (cf. Fig. 17) kleiner wird: zwischen diesen beiden Winkeln besteht überhaupt eine sehr nahe Beziehung, möglicherweise sind sie bei gewöhnlichem Drucke einander gleich. Beim nicht centralen Zusammentreffen ist alles analog, nur wird die hyperbolische Grenzcurve stärker gekrümmt bei Verkleinerung des Strahlenwinkels.

15. Will man die Erscheinungen beim Zusammentreffen zweier Strahlen mit ungleichen Durchmessern untersuchen, so muss man zunächst beachten, dass die Unterschiede in der Grösse nicht zu bedeutend sein dürfen, weil sonst der Strahl, welcher aus dem kleineren Arm austritt, zu schwach gegenüber dem anderen wird. Im übrigen findet man auch hier entsprechend dem Vorhergehenden eine gewisse Analogie mit den von Magnus beschriebenen Versuchen: so geben zwei ungleich starke, unter 180° central zusammentreffende Strahlen eine concav um die kleinere Ausflussöffnung gekrümmte Fläche, an deren Rändern einseitige Strömungsflächen nach der Seite des stärkeren Strahles ausgebildet sind, also ganz ähnlich dem schon von Savart beschriebenen Versuch für ungleiche Wasserstrahlen in Luft.¹⁾ Die Fläche ist um so weniger gekrümmt, je geringer der Unterschied der Radien der beiden Ausflussöffnungen ist.

16. Verkleinert man auch hier den Winkel, so entstehen ähnliche blattförmige Bildungen, wie bei gleichen Strahlen, dieselben sind aber concav nach der Seite des schwächeren Strahles gekrümmt. Bei sehr geringer Geschwindigkeit wird die Krümmung unmerklich, und der schwächere Strahl wird vollständig in die Richtung des stärkeren gezogen: die Figur liegt also hier nicht mehr in der Ebene, welche den Strahlenwinkel halbirt. Bei nichtcentralem Zusammentreffen erhält man auch hier ähnliche Resultate, wie vorher: man bekommt beim Streifen der Wirbelköpfe die

1) Savart, Ann. de chim. et de phys. (2) 55. p. 274 u. ff. 1834.

windschiefe Fläche mit hyperbolischer Grenzcurve, nur die die Rolle der Asymptoten spielenden eigentlichen Strahlen sind ungleich gross.

17. Von Interesse war ferner noch der Fall, wo die Glasgabel die Form eines Dreizacks hatte: trotzdem die drei Ausflussöffnungen gleich gross waren, ging der mittelste Strahl den beiden anderen weit voraus, weil hier die strömende Flüssigkeit einen kürzeren Weg zurückzulegen hat, kommen nun die seitlichen Strahlen langsam in die nächste Nähe des mittleren, so sieht man sie plötzlich ihre Wirbelköpfe verlieren und mit grosser Geschwindigkeit sich in einem dünnen Faden (von der Seite gesehen) unter den Wirbelkopf des mittleren ziehen, ohne dass aber die dünne Zwischenschicht ungefärbten Wassers beseitigt wurde. In der Richtung der Strahlen gesehen, zeigt sich ein etwas abgeplatteter Stamm (s. Fig. 20).

18. Ueber die Entstehung der beschriebenen Gebilde kann man etwa Folgendes bemerken: auf die Theile der bewegten Flüssigkeit wirken der Druck und der Einfluss der Reibung; jener bewirkt das Weiterfließen in der Richtung der Resultante der beiden Strahlenrichtungen, dieser ruft die charakteristischen Wirbelflächen hervor. Daraus ist sofort klar, dass beim Zusammentreffen zweier Strahlen unter 180° ein vollkommener Kreisring mit verdicktem Rand entsteht, da der Druck nach allen Seiten symmetrisch ist, und die Reibungserscheinungen infolgedessen auch. Bilden dagegen die Strahlen einen Winkel miteinander, so muss der Druck nach verschiedenen Seiten verschieden sein, und zwar um so einseitiger, je spitzer dieser Winkel ist, mithin ist es klar, warum das Stück innerhalb des Strahlenwinkels immer kleiner wird und zuletzt verschwindet. Natürlich wird auch der Seitendruck immer kleiner gegenüber der Resultante mit Spitzerwerden des Winkels; man erkennt daraus die nahe Beziehung zwischen dem Winkel, welchen die Tangenten an der Figur bilden, mit dem Strahlenbrechungswinkel. Die Verschiedenheit der Geschwindigkeiten, mit denen die Theilchen sich bewegen, ruft dann Ecken oder Spitzen hervor, um welche sich sofort, durch die Reibung hervorgerufen,

V
2
61
8
8
5

XUM

Wirbelköpfe bilden; bei langsamer Bildung der Figuren, d. h. geringerer Geschwindigkeit ist der Unterschied in den Geschwindigkeiten natürlich geringer, und die Figur bleibt deshalb breit. Während hier die Geschwindigkeit in der Symmetrieaxe am grössten ist, ist sie im Falle des Streifens der Strahlen in dieser Richtung am kleinsten, daher die hyperbolische Einsenkung. Streifen sich die eigentlichen Strahlen, so streben die Theile, die sich nicht treffen, ihre ursprüngliche Richtung beizubehalten, die, welche sich treffen, in der Ebene, die senkrecht zu der ursprünglichen Strahlenrichtung liegt, weiter zu gehen: die Gesamtbewegung wird also in der Resultantenebene dieser beiden Richtungen erfolgen. Die Erscheinung, die wir als „Wellenbildung“ bezeichnet haben, kommt daher, dass die Stabilität der Strahlen immer geringer wird, je mehr man die Geschwindigkeit steigert; dann tritt nämlich der Fall ein, dass der Wirbelkopf sich immer neu bilden muss, und dies geschieht, indem er alternirend bald nach der einen, bald nach der anderen Seite erzeugt wird. Dadurch aber entstehen, von vorn gesehen, rothe, rasch wechselnde Streifen, dies sind eben die sogenannten Wellen. Dass bei ungleichen Strahlen die entstehende Figur mehr der Richtung des stärkeren, durch seine bedeutendere Masse ein Uebergewicht über den schwächeren ausübenden Strahles folgt, ist sehr leicht erklärlich: der schwächere vermag dann nur einen mehr oder weniger bedeutenden Eindruck in jenen zu machen und kommt gar nicht zur Geltung, wenn der Unterschied der Durchmesser beider Strahlen eine gewisse Grenze übersteigt.

19. Man sieht, dass zwischen den Erscheinungen, welche in Luft ausfliessende Wasserstrahlen zeigen, und denen, die sich beim Ausfluss in Wasser zeigen, eine verhältnissmässig grosse Aehnlichkeit besteht: die wesentlichen Unterschiede sind, dass die erstere Art von Strahlen vom Druck unabhängig ist; die letzteren dagegen nur dann entstehen können, wenn der Druck innerhalb gewisser Grenzen bleibt, ferner werden die Wirkungen der Capillarkräfte bei der ersten Art der Strahlen durch den Einfluss der Reibung bei den unsrigen ersetzt; an Stelle der radial wegfliegenden Tropfenbildungen

dort
fläch
stalt
ein l
hält
liche
faltig
besch

färbt
schon
bildu
logis
sich
sach
such
dien
sicht
schri
wend
sicht
hekt
die S
seitig
die
Verä
das

wora
stete
Dies

1
2
1. He
3
d. W
An

dort treten die charakteristischen, nie fehlenden Wirbel-
flächen hier. In Bezug auf Strahlen, die aus verschiedenen ge-
stalteten Oeffnungen in dünner Wand austreten, zeigt sich
ein bemerkenswerther Unterschied: bei unseren Strahlen be-
hält der Stamm die Gestalt der Ausflussöffnung im wesent-
lichen bei, mindestens aber zeigen sich nicht die mannig-
faltigen Gestalten, wie solche von Magnus und Savart (a.a.O.)
beschrieben worden sind.

20. Aehnliche Untersuchungen für den Ausfluss von ge-
färbter Luft in ungefärbte (Rauch in die Atmosphäre) sind
schon angestellt worden, z. B. von Reusch: Ueber Ring-
bildungen in Flüssigkeiten¹⁾, und namentlich aus meteoro-
logischem Interesse von Dr. Vettin²⁾; dieselben führen, wie
sich erwarten lässt, zu ganz ähnlichen Resultaten. Als Ur-
sache der Strömungen wurde bei den letztgenannten Unter-
suchungen einseitige Ermärmung benutzt, und diese Methode
dient geradezu dazu, die Strömungsverhältnisse der Luft
sichtbar zu machen. Man könnte nun daran denken, die be-
schriebenen Strahlgebilde zu einem analogen Versuch zu ver-
wenden, nämlich Strömungen in einer tropfbaren Flüssigkeit
sichtbar zu machen, zu welchem Zweck v. Bezold³⁾ die
hektographische Tinte benutzt hat. Indessen zeigten sich
die Strahlbildungen weniger gut geeignet, den Einfluss ein-
seitiger Erwärmung dem Auge darzustellen: entweder war
die Wirkung zu gering, dann merkte man überhaupt keine
Veränderung am Strahl, oder sie wirkte einfach zerstörend auf
das Strahlgebilde.

Schliesslich wurde eine Methode angewendet, die das,
worauf es hier hauptsächlich ankam, recht befriedigend lei-
stete: nämlich sehr regelmässige Strömungsfiguren zeigte.
Diese etwas rohe Methode, die aber vielleicht noch Ver-

1) Reusch, Pogg. Ann. 110. p. 309. 1860.

2) Vettin, Deutsche meteorol. Zeitschr., red. von Dr. Köppen.
1. Heft 5—7. 1884.

3) v. Bezold, Sitzungsber. d. math.-phys. Classe d. k. bair. Acad.
d. Wiss. zu München. 14. p. 355—365 u. 611—638. 1884.

besserungen fähig wäre, bestand darin, dass eine unten zugeschmolzene Glasröhre aussen mit einer Schicht hektographischer Tinte überzogen und in ein Gefäss mit Wasser behutsam eingelassen und befestigt wurde. Zwar löst sich hierbei ein Teil des Ueberzuges trotz grösster Vorsicht ab und vermischt sich mit dem Wasser, der grössere Theil bleibt aber doch daran. Dann wartet man, bis das durch das Hineinbringen der Röhre bewegte Wasser sich beruhigt hat, und giesst ein wenig Wasser von oben in die Glasröhre, darauf bringt man einige Tropfen concentrirte Schwefelsäure, welche mit dem Wasser sich vermischend eine gewisse Wärmemenge entwickelt, die durch das Glas hindurch wirkt und Wärmeströmungen entwickelt, die durch den sich ausserhalb ablösenden blauen Mantel in deutlicher Weise dem Auge sichtbar gemacht werden. Man erhält dann Gebilde, die die grösste Aehnlichkeit mit den von uns untersuchten Strahlbildungen zeigen, wie man aus Fig. 21 sehen kann, welche eine der am häufigsten erhaltenen vorstellt. Man kann auch noch eine kurze Zeit den Verlauf der Wärmeströmungen weiter verfolgen, allerdings nicht in so ausgezeichneter Weise, wie bei Anwendung der v. Bezold'schen Methode.

An dieser Stelle möchte ich es nicht unterlassen, dem bisherigen Leiter des physikalischen Laboratoriums zu Halle, Hrn. Prof. Dr. A. Oberbeck, meinen aufrichtigsten Dank auszusprechen für die freundliche Unterstützung, welche derselbe mir bei Abfassung meiner Arbeit jederzeit gern zu Theil werden liess.

Halle a. S., den 18. October 1885.

VI. Eine Bestimmung des Ohms; von F. Himstedt.¹⁾

(Aus den Berichten der Naturforschenden Gesellschaft zu Freiburg i. Br.
Bd. I. Heft 1. 1885; mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

(Hierzu Taf. VI Fig. 1—4.)

Die nachfolgende Untersuchung wurde ausgeführt mit den Mitteln, welche die grossherzoglich badische Regierung auf Anregung des Electriciercongresses zu Paris für eine absolute Widerstandsmessung bewilligt hat.

1. Die Methode.²⁾

Es sei ein primärer Stromkreis gebildet aus der inducirenden Rolle A , zwei parallel geschalteten Widerständen r und w_0 , einer Stromquelle E und einem Stromunterbrecher D_1 (Fig. 1). Der secundäre Stromkreis bestehe aus der Inductionsrolle B , dem Galvanometer G , dem Unterbrecher D_2 und einem Widerstande $r_1 = r$. Der gesammte Widerstand des secundären Kreises w_1 sei gleich $r_1 + w_2$ und es sei w_2 gleich dem oben genannten w_0 . Wird der primäre Strom i durch den Unterbrecher D_1 in der Secunde n mal geschlossen und unterbrochen und durch passende Regulirung von D_2 dafür gesorgt, dass entweder nur die Schliessungs- oder nur die Öffnungsinductionsströme das Galvanometer durchfliessen, so ist:

$$(I) \quad G \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{n \cdot i \cdot V}{w_1}$$

G der Reductionsfactor des Galvanometers, α_1 die beobachtete Ablenkung, V das Potential der Rollen aufeinander. Wird andererseits der Hauptstrom dauernd geschlossen und w_0 ersetzt durch w_2 (die Leitung des secundären Kreises, nachdem aus dieser r_1 ausgeschaltet ist), sodass also die Rolle B und das Galvanometer sich im Nebenschluss zu r befinden, so besteht für die jetzt beobachtete Galvanometerablenkung α_2 die Gleichung:

1) Im Auszuge der k. preuss. Acad. d. Wiss. zu Berlin vorgelegt am 23. Juli 1885.

2) Vgl. F. Himstedt, Wied. Ann. 22. p. 281. 1884.

$$(II)^1) \quad G \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{ri}{r + w_2} = \frac{ri}{w_1}.$$

Aus (I) und (II) folgt:

$$(III) \quad r = n \cdot V \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1}.$$

Nimmt man für die inducirende Rolle A ein Solenoid, gegen dessen Länge der Radius desselben, sowie die Dimensionen der inducirten Rolle nur klein sind, und das nur mit einer Drahtlage umwickelt ist, so wird:

$$(IV) \quad V = 4\pi^2 R^2 k b (1 + 2a),$$

$$(V) \quad r = 4\pi^2 R^2 k b n (1 + 2a) \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1}.$$

Hierin bezeichnet R den Radius des Solenoids, k die Anzahl der Drahtwindungen auf der Längeneinheit desselben, b die Gesamtzahl der Windungen auf der Inductionsröhre B und $2a$ ein später zu entwickelndes Correctionsglied. Der Werth dieses letzteren war bei allen Versuchen kleiner als 0,03, sodass für die Bestimmung von r nur die genaue Messung der Grössen $R k b n$ und $\operatorname{tg} \alpha_2 / \operatorname{tg} \alpha_1$ in Frage kam.

Die Vortheile²⁾ dieser Versuchsanordnung bestehen darin, dass die Zahl der zu messenden Grössen eine verhältnissmässig sehr kleine ist, und dass hierbei alle die Grössen in Wegfall kommen, bei deren Bestimmung die erforderliche Genauigkeit anerkanntermassen nur schwer zu erreichen ist. Ich rechne hierher die Constanten, resp. Variationen des Erdmagnetismus und des Stabmagnetismus, den Inductionscoefficienten, resp. die Windungsflächen von Drahtspulen mit vielen Lagen übereinander, den Reductionsfactor eines Galvanometers, Trägheitsmoment und logarithmisches Decrement schwingender Magnete und besonders auch die genaue Bestimmung des Widerstandes von Kupferdrähten, die oft nicht einmal in demselben Zimmer sich befinden, und deren Temperatur immer nur angenähert aus der der umgebenden Luft gefunden werden kann.³⁾

1) Die Anordnung der Stromkreise, welche auf Gleichung (I) geführt hat, wird im Folgenden als „Schaltung I“, die der Gleichung (II) entsprechende als „Schaltung II“ bezeichnet werden.

2) Vgl. hierüber Roiti, Nuov. Cim. (3) 15. p. 97. 1884.

3) Hr. G. Wiedemann hat in seinem Werke Electricität 4. Abth. 2

2. Ableitung des Correctionsgliedes 2a der Formel V.

Wir setzen voraus, dass die Mittelpunkte und die Axen des Solenoids und der Inductionsrolle zusammenfallen. Dann lässt sich das Potential derselben aufeinander in die Form bringen:

$$(VI) \quad V = V_0 + 2V_1.$$

Hierin bezeichnet V_0 das Potential des Solenoids, das-

eine „Vergleichung der Methoden“ zur Bestimmung des Ohms gegeben und schreibt § 340 p. 969:

„Die Methode der Induction zweier Drahtkreise aufeinander und Messung des Inductionsstromes an einem Galvanometer bedingt zunächst die Ausmessung dreier Drahtrollen, des inducirten Kreises und des Galvanometers, resp. noch des um letzteres gelegten Gewindes zur Messung des inducirenden Stromes;

„Ist P das Potential der Spiralen aufeinander, ϑ die Ablenkung der Galvanometernadel durch den Inductionsstrom, α dieselbe durch den inducirenden Strom, h das Verhältniss der Drehungsmomente der verwendeten Gewinde des Galvanometers, T die Zeitdauer der Schwingung der Nadel desselben, so ist, wiederum abgesehen von Nebenumständen:

$$W = \frac{\pi}{T} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \frac{1}{2} \vartheta} \frac{P}{h}.$$

„Aus den Formeln für P ergibt sich, dass ein Fehler in der Messung des mittleren Abstandes der Spiralen linear, und dass der Fehler in der Bestimmung des mittleren Radius quadratisch im Endresultate auftritt. Bei geringeren Abständen der inducirenden Rollen ist der Abstand also sehr genau zu messen, resp. durch Aenderung desselben eine grössere Genauigkeit zu erzielen.“

„Ähnliche Betrachtungen gelten für die Methode von Roiti.“

Es könnte hiernach den Anschein haben, als ob alle die vorstehend wiedergegebenen Betrachtungen, resp. ihnen ähnliche, auf die Methode von Roiti, welche der von mir benutzten gleich ist, Anwendung finden, und ich glaube, deshalb darauf aufmerksam machen zu müssen, dass nur der Passus: „dass der Fehler in der Bestimmung des mittleren Radius quadratisch im Endresultate auftritt“, für diese Methode Gültigkeit hat, denn der Methode ist die Anwendung eines unendlich langen Solenoids eigenthümlich und da durch die Versuchsanordnung auch die Galvanometerconstanten eliminirt werden, so sind nicht drei Drahtrollen auszumessen, sondern nur der Durchmesser einer einzigen Drahtlage, ebenso wenig muss der Abstand der inducirenden Rollen „sehr genau“ gemessen werden, denn derselbe tritt nur in einem Correctionsgliede auf (vgl. p. 2), und endlich fällt auch die Bestimmung der Grössen h und T in obiger Formel fort.

selbe als unendlich lang angesehen, $2V_1$ stellt das Potential der Endflächen des Solenoids auf B dar, wenn man diese derart mit nord-, resp. südmagnetischer Masse belegt denkt, dass diese Massen das Solenoid in seiner electromagnetischen Wirkung nach aussen ersetzen können. Wenn wir, wie oben, den Radius des Solenoids mit R , die Anzahl der Windungen auf der Längeneinheit mit k bezeichnen und annehmen, dass die Inductionsrolle B aus b Windungen besteht, so ist:

$$(VII) \quad V_0 = 4\pi^2 R^2 k b .^1)$$

Um V_1 abzuleiten, sei HJK (Fig. 2) eine der Windungen der Rolle B , durchflossen vom Strome 1; ihr Abstand von der Endfläche N , die Länge OJ , sei gleich z . Wir ersetzen HJK durch eine magnetische Doppelfläche und nehmen hierzu das Stück HCK der Oberfläche einer um O als Mittelpunkt beschriebenen Kugel. Bezeichnen wir mit do ein Flächenelement derselben, mit v das Potential der Endfläche N des Solenoids auf einen magnetischen Punkt 1 in do , so ist:

$$P = \int \frac{\partial v}{\partial r} do$$

das Potential von N auf HJK . Die Integration ist hierbei über das durch den Kreis HK begrenzte Stück HCK der Kugeloberfläche zu erstrecken.

Nach Maxwell²⁾ ist:

$$v = 2\pi k \left\{ \frac{1}{2} \frac{R^2}{r} P^0(\cos \vartheta) - \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4} \frac{R^4}{r^3} P^2(\cos \vartheta) + \frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{R^6}{r^5} P^4(\cos \vartheta) \dots \right\}$$

und wir finden:

$$P = 4\pi^2 R^2 k \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{z}{r} - 1 \right) - \frac{3}{16} \frac{R^2}{r^3} \left(\frac{z^3}{r^3} - \frac{z}{r} \right) + \frac{5}{128} \frac{R^4}{r^5} \left(7 \frac{z^5}{r^5} - 10 \frac{z^3}{r^3} + 3 \frac{z}{r} \right) \dots \right\}.$$

Hierin ist $r = \sqrt{z^2 + p^2}$ und p der Radius der Windung HK . Bezeichnet man den mittleren Radius der ganzen Inductionsrolle mit ϱ und setzt $p = \varrho + \delta$, bezeichnet ferner

1) Maxwell, Electricity and Magnetism. 2. p. 281.

2) Maxwell, ibid. 2. p. 302.

die halbe Länge des Solenoids mit l und setzt $z = l + \zeta$, so erhält man für das Potential der Endfläche N auf alle Windungen der Rolle B , also für die oben mit V_1 bezeichnete Grösse:

$$V_1 = x\mu \int_{-\frac{1}{2}c}^{+\frac{1}{2}c} d\zeta \int_{-\frac{1}{2}d}^{+\frac{1}{2}d} P. d\delta,$$

wo c die Breite, d die Höhe des Querschnittes der Windungen von B bezeichnet, x , resp. μ die Zahl der Windungen auf der Längeneinheit von c , resp. d , sodass die Gesamtzahl der auf B vorhandenen Windungen $b = x\mu d$. Entwickeln wir P in die Reihe:

$$P = P_0 + \zeta \left(\frac{dP}{d\zeta} \right)_0 + \delta \left(\frac{dP}{d\delta} \right)_0 + \frac{1}{2} \zeta^2 \left(\frac{d^2P}{d\zeta^2} \right)_0 + \dots$$

so erhalten wir:

$$(VIII) \quad V_1 = 4\pi^2 R^2 k b \left\{ S_1 + \frac{1}{24} (c^2 S_2 + d^2 S_3) + \dots \right\},$$

wobei zur Abkürzung gesetzt ist:

$$S_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{l}{\sigma} - 1 \right) + \frac{3}{16} R^2 \frac{l^2}{\sigma^5} + \frac{5}{128} R^4 l^2 \frac{3l^2 - 4l^2}{\sigma^9}, \dots$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \frac{l^2}{\sigma^3} \left\{ -1 + \frac{3}{2} R^2 \frac{4l^2 - 3l^2}{\sigma^4} - \frac{35}{64} R^4 \frac{5l^4 - 20l^2 l^2 + 8l^4}{\sigma^8} \dots \right\}$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \frac{l}{\sigma^5} \left\{ 2l^2 - l^2 + \frac{3}{2} R^2 \frac{2l^4 - 21l^2 l^2 + 12l^4}{\sigma^4} \right. \\ \left. + \frac{5}{64} R^4 \frac{90l^6 - 395l^4 l^2 + 200l^2 l^4 - 8l^6}{\sigma^8} \dots \right\},$$

$$\sigma = \sqrt{l^2 + \varrho^2}.$$

Aus den Formeln (IV) bis (VIII) findet man das gesuchte Correctionsglied:

$$(IX) \quad 2a = 2 \left\{ S_1 + \frac{1}{24} (c^2 S_2 + d^2 S_3) \dots \right\}.$$

Weitere Glieder von $2a$, als die hier aufgeführten, zu berücksichtigen, war bei den benutzten Apparaten nicht nöthig, denn das nächstfolgende Glied hatte angenähert den Werth $S_1 \cdot 10^{-2}$.

Fällt der Mittelpunkt der Inductionsrolle B nicht mehr in den Mittelpunkt des Solenoids, sondern besitzt von diesem

in der Richtung der Axe den Abstand e , so erhält man mit genügender Annäherung:

$$(IX_a) \quad 2a_1 = 2 \left\{ S_1 + \frac{1}{24} [(12e^2 + c^2) S_2 + d^2 S_3] \dots \right\}.$$

3. Die Grundmaasse.

Alle Längenmessungen sind bezogen auf einen Maassstab aus Glas mit Millimetertheilung, welcher in der Normalaichungscommission in Berlin mit dem Normalmeter verglichen ist. Eine Ausnahme hiervon macht nur eine später zu erwähnende Messung, der ein cylindrischer Glasstab zu Grunde liegt, dessen Länge ich nicht selbst bestimmen konnte, und der deshalb ebenfalls in der Normalaichungscommission ausgemessen wurde. Für beide Messungen bin ich dem Director Hrn. Geh. Regierungsrath Förster zu Dank verpflichtet.

Zu den Zeitmessungen diente ein Marinechronometer von Bröcking in Hamburg, das halbe Secunden schlug. Der Gang desselben wurde durch Zeitbestimmungen controlirt.

4. Das Solenoid.

Das Solenoid ist auf eine vielfach verleimte hohle Walze aus Holz gewickelt, wie solche in den Orchestrions verwendet werden. Dieselbe ist im Jahre 1868 angefertigt und im Mai 1884 für den vorliegenden Zweck nochmals abgeschliffen und auf der Drehbank polirt. Der Durchmesser derselben wurde auf drei verschiedene Arten¹⁾ bestimmt, die so gewählt waren, dass sie zugleich ein Urtheil ermöglichen darüber, ob der Querschnitt der Walze mit genügender Annäherung ein Kreis, und ob ebenso die ganze Walze ein Cylinder war.

1) Ich habe auch versucht, den Durchmesser durch Kathetometermessungen zu bestimmen, aber keine brauchbaren Werthe erhalten. Die Einstellungen auf denselben Punkt einer Seitenkante der Cylinderfläche differirten um mehr als 0,1 mm, je nachdem ich die Kante von der hinteren oder der vorderen Seite beleuchtete, je nachdem ich das Licht direct auffallen oder durch mattgeschliffene Glasplatten gehen liess etc. Aehnliche Beobachtungen hat auch Hr. Wild gemacht, doch ist es ihm bei seinen Apparaten gelungen, eine Einrichtung zu treffen, die übereinstimmende Resultate lieferte. Mém. de l'Acad. de St. Pétersbourg. (7) 32. No. 2. p. 81.

1. Messung: Mittelst einer Mikrometerschraube wurden an 13 über die Länge der Walze gleichmässig vertheilten Punkten je sechs Durchmesser desselben Querschnittes verglichen mit der Länge eines Glasstabes.

Fig. 3 stellt die benutzte Einrichtung dar. Eine mit drei Fusschrauben versehene 3 cm dicke Eisenplatte *E* trägt auf drei Messingsäulen *M* eine in der Mitte durchbrochene Metallplatte *S*, in welche die Gewinde eingeschnitten sind für drei Schrauben mit flachabgedrehten Köpfen *K*. Auf diesen ruhen die Füße eines Sphärometers von Breithaupt und werden in ihrer Stellung durch die Klemmen *F* gesichert. In der Mitte der Platte *E* sind zwei Glasstücke *G* so eingekittet¹⁾, dass sie im reflectirten Lichte die Newton'schen Ringe zeigen, und dass diese ihre Lage ändern, sobald man die oberste Glasplatte, resp. den kleinen auf derselben befestigten Knopf *B* berührt. Die Ringe werden mit einem Mikroskop beobachtet. Der ganze Apparat ruht auf einer in der Wand eingegypsten Steinplatte. Der zur Vergleichung benutzte Glasstab *T* war cylindrisch, ca. 2 cm dick und, wie Fig. 4 zeigt, in eine mit Stellschrauben versehene Messingplatte *P* eingekittet. In der Mitte jeder der beiden senkrecht zur Längsaxe angeschliffenen Endflächen des Stabes war ein Kreisring eingätzt von nicht ganz 3 mm Durchmesser. Der Abstand dieser so markirten Kreisflächen ist in der Normalisierungscommission zu Berlin bestimmt zu 23,3264 cm bei 18,5° C. mit einer wahrscheinlichen Unsicherheit von 0,0002 bis 0,0003 cm. Um mit diesem Abstände die Durchmesser der Walze zu vergleichen, wurde zunächst die Platte *E* (Fig. 3) mit Hülfe einer Libelle horizontal gestellt und an den Schrauben *K* so lange gedreht, bis die Axe der Sphärometerschraube *X* senkrecht stand über dem Knopfe *B*, dann der Dreifuss (Fig. 4) mit dem Glasstabe zwischen den Knopf *B* und das Ende der Mikrometerschraube gestellt, an den Fusschrauben des Dreifusses gedreht, bis die untere Kreisfläche des Glasstabes mit dem Knopfe *B* in Berührung kam, die Sphärometerschraube bis zur Berührung mit der oberen Kreisfläche gedreht und

1) Vgl. K. R. Koch, Wied. Ann. 3. p. 611. 1878.

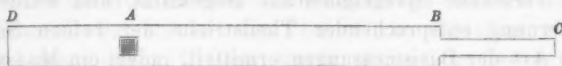
ihre Stellung an der Theilung abgelesen. Der Eintritt der Berührung wurde hierbei immer im Mikroskop an der beginnenden Bewegung der Newton'schen Ringe erkannt. Hierauf wurde der Glasstab entfernt und die Stellung der Sphärometerschraube für einen Durchmesser der Walze bestimmt. Die letztere ruhte hierbei auf einem, resp. zwei passend gepolsterten Schlitten, welche durch Schrauben in drei zu einander senkrechten Richtungen bewegt werden konnten. Um sicher zu sein, dass der tiefste, resp. höchste Punkt eines Querschnittes der Walze mit dem Knopfe *B*, resp. dem Ende der Sphärometerschraube in Berührung war, also nicht etwa eine Sehne statt des Durchmessers gemessen ward, wurde die Walze senkrecht zu ihrer Längsaxe erst in der einen, dann in der entgegengesetzten Richtung verschoben und für alle Stellungen, 8—10 im ganzen, die Einstellung der Sphärometerschraube abgelesen. Der grösste hierbei gefundene Werth war dann der des Durchmessers. Dieses Hin- und Herbewegen wurde viermal wiederholt, sodass für jeden Durchmesser drei Ablesungen gewonnen wurden. Dieselben differirten nie um mehr als 0,005 mm.

Die Temperatur der Räume, in welchen die Messungen ausgeführt wurden, und in welchen die Walze bis nach Beendigung aller Beobachtungen stehen blieb, lag stets (Nacht und Tag) zwischen 13 und 16° C. Um auch diese Unterschiede in den Temperaturen in Rechnung ziehen zu können, habe ich vor Beginn der eigentlichen Messungen versucht, mit dem eben beschriebenen Apparate den Ausdehnungscoëfficienten der Walze wenigstens angenähert zu bestimmen, und zwischen 9 und 22° C. für denselben gefunden: 0,00005. Mit Zugrundelegung dieses Werthes sind dann alle Messungen auf 14° C. reducirt. Mit demselben Apparate habe ich auch untersucht, ob der Feuchtigkeitsgehalt der Luft einen messbaren Einfluss ausübte. Die Feuchtigkeit der Zimmerluft wurde mit einem August'schen Psychrometer bestimmt. Für Schwankungen der relativen Feuchtigkeit von 60 bis nahezu 90 Proc. konnte nicht die geringste Aenderung in dem Durchmesser der Walze gefunden werden. Die definitiven Messungen haben ergeben:

	der kleinste Werth	der grösste Werth	im Mittel
I _a	23,3196	23,3289	23,3252
I _b	23,3187	23,3293	23,3244

Die Messung I_a wurde ausgeführt in den Tagen vom 23. bis 27. October 1884, die Messung I_b vom 2. bis 8. Januar 1885. Die sehr kleine Differenz zwischen dem grössten und kleinsten Werthe lässt erkennen, dass der Querschnitt mit genügender Annäherung als Kreis betrachtet werden kann.

2. Messung: Durch umgelegte Papierstreifen wurden an 13 Stellen die Umfänge der Walze gemessen.



Die Streifen waren aus Pauspapier geschnitten, wie beistehende Figur zeigt, 4 cm breit, die Strecke AB war um wenige Millimeter kürzer, als der zu messende Umfang. Bei dem Umlegen des Streifens wurde BC durch die Oeffnung bei A gezogen, an C und D wurden je 250 g angehängt und der Streifen, von dem tiefsten Punkte des Umfanges anfangend, mit beiden Händen glatt gestrichen. Nachdem durch einen Stich mit einer feinen Nadel zwei übereinander liegende Punkte des Streifens markirt waren, wurde derselbe so über den horizontal gelegten, oben erwähnten Glasmaassstab gelegt, dass die Enden mit den Gewichten frei herunterhingen, dann wurden auf die Nadelstiche zwei Mikroskope mit Ocularmikrometern eingestellt und abgelesen, der Papierstreifen entfernt, der Maassstab durch Fusschrauben um die Papierdicke gehoben, sodass die Mikroskope jetzt auf die Theilung des Maassstabes scharf eingestellt waren, und dann an diesen ihre Entfernung voneinander abgelesen. Jeder Umfang wurde zweimal gemessen. Aus der so gefundenen Länge l und der Dicke des benutzten Papiers δ wurde der Durchmesser berechnet:

$$D = \frac{l}{\pi} - \delta, \quad \delta \text{ betrug } 0,07 \text{ mm.}$$

Für den Durchmesser wurde gefunden:

	der kleinste Werth	der grösste Werth	im Mittel
d. 10. Jan. II _a	23,3186	23,3256	23,3227
d. 12. Jan. II _b	23,3186	23,3249	23,3231

Die Messung zeigt in Verbindung mit der ersten, dass die Walze gut cylindrisch war.

3. Messung: Der Durchmesser wurde berechnet aus der Länge des aufgewickelten Drahtes.

Um die Länge desselben zu bestimmen, waren fünf Messlatten mit Stellschrauben versehen und so an einander gesetzt, dass sie einen etwa 13 m langen Tisch bildeten, dieser wurde mit einer Schicht Paraffin übergossen, damit die Umspinnung des darüberhin schleifenden Drahtes keine Beschädigung erlitt. An den Enden dieser Bahn war je eine mit Millimetertheilung versehene Spiegelglasscala aufgekittet, und wurde die Entfernung entsprechender Theilstriche der beiden Scalen nach Art der Basismessungen ermittelt, indem ein Maassstab unter Mikroskopen verschoben wurde. Die Richtung, in welcher der Maassstab verschoben werden musste, wurde durch einen straffgespannten Draht markirt und mit einem Theodolithen controlirt. Bei der Wickelung wurde der Draht von einer Spule abgewickelt, die nahezu gleichen Radius hatte, wie das zu wickelnde Solenoid. Dieselbe lief in Spitzen, und war an der Axe durch passende Gewichte gebremst. Der Draht wurde zunächst über mehrere leicht laufende Rollen und dann über die Messbahn zur Walze geführt, die ihrerseits durch Schrauben an der Axe so stark gebremst war, dass sie in jeder beliebigen Stellung sicher feststand. Die Spannung des Drahtes hing im wesentlichen nur ab von der Grösse der bremsenden Gewichte und darf deshalb als constant angesehen werden. Ueber der ersten Glasscala der Bahn wurden mit einer feinen Nadel, deren Spitze in Asphaltlack getaucht wurde, auf den Draht drei feine Marken gemacht und diese, nachdem sie die Bahn durchlaufen hatten, über der zweiten Glasscala wieder abgelesen.

Während der Wickelung wurde gleichzeitig durch Mikroskop mit Ocularmikrometer an 332 Stellen die Dicke des Drahtes bestimmt und im Mittel gefunden $d = 0,047$ cm. Für den Durchmesser der Walze ohne Draht hat diese Messung ergeben:

III 23,3242 cm.¹⁾

1) In dem Ber. d. Berl. Acad. 1885. 23. Juli ist durch ein Versehen 23,3262 gedruckt.

Nach beendeter Wickelung wurde der Durchmesser der Walze mit Draht wieder in der oben angegebenen Weise durch umgelegte Papierstreifen gemessen.

Mit Berücksichtigung der Drahtdicke ergibt sich aus dieser Messung der Durchmesser ohne Draht:

d. 12. Febr. IV_a 23,3190 cm.

Dieselbe Messung ausgeführt nach Beendigung der ganzen Arbeit ergab:

d. 9. Juli IV_b 23,3194 cm.

Endlich habe ich diese Messung auch noch ausgeführt mit einem Stahlbandmaass, welches den Papierstreifen durchaus ähnlich geschnitten war. Die Dicke desselben war $\delta = 0,17$ mm. Jeder Umfang wurde dreimal gemessen. Im Mittel ergab sich für den Durchmesser:

d. 10. Juli V 23,3204 cm.

Die Uebereinstimmung in den Resultaten der Messungen II, IV und V lässt erkennen, dass die Walze während der Dauer der Versuche keine merklichen Veränderungen erlitten hat. Ueberhaupt hat es wohl kein Bedenken, Rollen von Holz überall dort zu verwenden, wo man, wie in dem vorliegenden Falle, die Dimensionen stets controliren kann.

Hr. G. Wiedemann sagt in seiner Arbeit: „Ueber die Bestimmung des Ohms“:¹⁾ „Papierstreifen eignen sich für ganz exacte Messungen dieser Art nicht gut, da sie durch Spannung und Belastung gedehnt werden. So verlängerte sich nach Kathetometerbeobachtungen ein durch 266 g belasteter Streifen von Zeichenpapier von 47 mm Breite bei weiterer Belastung mit 1073 g von 604,66 bis 605,02 mm“. Ich habe diese Versuche nachgemacht und, wie zu erwarten war, durchaus ähnliche Resultate erhalten, die Papierstreifen mit einem Schlitz, wie ich sie bei den obigen Messungen benutzt habe, sind sogar bei einer Belastung von 1200 g meistens gerissen. Trotzdem aber glaube ich, behaupten zu dürfen, dass unter den Verhältnissen und Bedingungen, unter welchen ich die Papierstreifen verwendet habe (Belastung von 250 g und Ausspannen über einen horizontalen Maass-

¹⁾ G. Wiedemann, Abh. der Berliner Academie. 1884. p. 24.

V
2
6

1
8
8
5

XUM

stab), man sehr genaue Messungen damit ausführen kann. Es erhellt dies, glaube ich, zur Genüge aus der ausserordentlich guten Uebereinstimmung, welche die zahlreichen, mit Papierstreifen ausgeführten Messungen sowohl unter einander als auch mit den in ganz anderer Weise ausgeführten übrigen Messungen zeigen.

Für die Berechnung des Radius R der Formel V wurden benutzt: das Mittel aus I_a und I_b $D = 23,3248$ cm, das Mittel aus II_a und II_b $D = 23,3229$ cm, ferner III $D = 23,3242$ cm, das Mittel aus IV_a und IV_b $D = 23,3192$ cm und V $D = 23,3204$ cm. Mit Berücksichtigung der Drahtdicke findet sich:

$$R = 11,6846 \text{ cm.}$$

Die Drahtwindungen bedeckten die Walze auf einer Länge:

$$2l = 135,125 \text{ cm.}$$

Diese Länge wurde in folgender Weise bestimmt. Es wurden drei Mikroskope mit Ocularmikrometer eingestellt auf den Anfang, auf einen Punkt nahe der Mitte und auf das Ende des Solenoids, dann wurde dieses entfernt, und der Glasmaassstab zuerst unter die beiden ersten, dann unter das zweite und dritte Mikroskop gebracht. Diese Messungen wurden an sechs verschiedenen Stellen ausgeführt, indem das Solenoid um je 60° um seine Längsaxe gedreht wurde. Jede Messung ist dreimal wiederholt.

Die Zahl der Windungen, durch ein Uhrwerk bei der Wickelung bestimmt und durch directes Zählen controlirt, war 2864. Mithin ist die Anzahl der Windungen auf der Längeneinheit:

$$h = \frac{2864}{135,125}.$$

Der Kupferdraht war doppelt mit weisser Seide übersponnen und durch eine Lösung von Paraffin in Terpentinöl gezogen. Proben desselben waren chemisch auf ihren Eisengehalt untersucht. Qualitativ konnten Spuren desselben nachgewiesen werden, doch waren dieselben zu gering, um quantitativ bestimmt werden zu können. Ein astatisches Nadel-paar wurde durch eine Rolle des Drahtes nicht merklich abgelenkt.

So unwahrscheinlich es an und für sich war, dass bei

nur einer Lage von doppelt umsponnenem und mit Paraffin überzogenem Drahte, dessen Windungen ohne jede Gewalt nebeneinander gelegt waren, zwei derselben in metallische Berührung getreten sein sollten, so wünschte ich doch eine Controle für die Isolation bringen zu können, und ich habe dieselbe deshalb mit einer Hughes'schen Inductionswage in ähnlicher Weite zu prüfen gesucht, wie dies von Lord Rayleigh¹⁾ beschrieben ist. Es wurde hierzu die später zu beschreibende Inductionsrolle *B* benutzt. Die Wickelung derselben bestand aus 15 Abtheilungen; sieben derselben wurden mit einer Drahtspule *C* zu einem primären Kreise verbunden, in welchen der durch einen Unterbrecher intermittierend gemachte Strom geschickt wurde. Die übrigen acht Abtheilungen der Rolle *B* bildeten zusammen mit einer Spule *D* den secundären Kreis, in welchen ein Telephon eingeschaltet war. Durch Verschieben von *C* gegen *D* konnte der Ton im Telephon zwar nicht absolut zum Verschwinden gebracht, aber doch so geschwächt werden, dass er nur noch bei äusserster Aufmerksamkeit und vollkommener Stille der Umgebung wahrgenommen werden konnte. Wurde jetzt *B* über das Solenoid geschoben, so trat eine geringe Verstärkung des Tones ein, um welche Stelle des Solenoids die Rolle auch gelegt wurde, und die Intensität dieses Tones konnte durch Verschieben von *C* gegen *D* nicht verringert werden. Lord Rayleigh hat schon darauf aufmerksam gemacht, dass der Ton wahrscheinlich Folge der Condensatorwirkung der zu prüfenden Rolle ist. Wurde das Solenoid in sich geschlossen, so trat eine Verstärkung des Tones ein. Wurden ferner zwei feine Nähnadeln, die durch einen Draht von etwa 2 S.-E. Widerstand verbunden waren, mit ihren Spitzen auf zwei Drahtwindungen des Solenoids in der Nähe der umgelegten Rolle *B* aufgedrückt, sodass hierdurch jene beiden Windungen metallisch in sich geschlossen waren, so trat eine bedeutende Verstärkung des Tones auf. Hieraus darf man schliessen, dass an jener Stelle ohne die Nähnadeln eine metallische Berührung zweier Windungen nicht stattgefunden hat. Diese

1) Lord Rayleigh, Proc. Roy. Soc. London. p. 1884.

Prüfung wurde über die ganze Länge des Solenoids ausgeführt, indem die Inductionsrolle stets um nahezu das Doppelte ihrer Breite verschoben wurde. Ein Isolationsfehler wurde nicht gefunden.

5. Die Inductionsrolle B.

Der Rahmen derselben war aus Holz. Der Kupferdraht, wie der des Solenoids mit weisser Seide doppelt umspinnen und durch Paraffin gezogen, bildete 3848 Windungen in 15 Abtheilungen, die beliebig combinirt werden konnten. Die Dicke des Drahtes war nicht bei allen Abtheilungen dieselbe. Alle zur Verwendung gekommenen Drahtsorten waren vorher chemisch auf Eisengehalt untersucht, bei keiner konnte eine quantitative Bestimmung ausgeführt werden. Die Breite der Spule betrug 4,01 cm. Der mittlere Radius jeder Abtheilung wurde berechnet aus den mit Papierstreifen gemessenen Umfängen der einzelnen Lagen.

Da die Dimensionen der Spule nur in das Correctionsglied $2a$ eingehen, so ist die Genauigkeit dieser Bestimmung mehr als ausreichend. Dagegen erschien es wichtig, die Zahl der Windungen b zu controliren, denn diese tritt in dem Ausdrucke für den Widerstand r (p. 548) direct als Factor auf. Diese Zahl war bei der Wickelung durch ein Uhrwerk bestimmt, und waren ausserdem die Windungen jeder Lage direct gezählt, ehe eine neue Lage darüber gewickelt war. Es konnte hier aber ein Fehler dadurch entstehen, dass zwei Windungen infolge mangelhafter Isolation in metallische Berührung getreten waren. Es wurden deshalb die mittleren Radien der einzelnen Abtheilungen nach der Methode von Bosscha¹⁾ miteinander verglichen. Zu dem Zwecke wurde die Spule als Tangentenbussole eingerichtet mit einem kleinen Magnet für Spiegelablesung, der Strom von zwei Daniell'schen Elementen in zwei aufeinander folgende Abtheilungen verzweigt und in die Leitung der einen von beiden so viel Widerstand zugeschaltet, bis der Magnet nicht mehr abgelenkt wurde. Es besteht dann die Beziehung:

1) G. Wiedemann, *Electricität*, 3. p. 213. 1885.

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{q_1}{q_2} \frac{n_2}{n_1} \frac{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha_1}{q_1} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\beta_1}{q_1} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{q_1} \right)^2}{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha_2}{q_2} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\beta_2}{q_2} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{q_2} \right)^2},$$

der Gesamtwiderstand einer Leitung, q der mittlere Radius einer Abtheilung, n die Zahl ihrer Windungen, α die halbe Breite, β die halbe Höhe des rechteckigen Querschnittes der Windungen, λ die halbe Länge des Magnets.

Die äussersten Abtheilungen der Rolle, nämlich Nr. 15, 14 und 13 bestanden je aus einer Lage von Draht, der mit einer dicken Kautschukhülle umgeben war, sodass bei diesen ein Isolationsfehler nicht zu fürchten war. Die Vergleichung geschah deshalb in der Reihenfolge, dass Nr. 15 mit 14, Nr. 14 mit 13, Nr. 13 mit 12 u. s. w. je zwei aufeinander folgende Abtheilungen. Die nachfolgende Tabelle enthält in der ersten Columnne die Nummer der Abtheilung, in der zweiten die Zahl ihrer Windungen, in der dritten den mittleren Radius gemessen mit Papierstreifen, in der vierten das Verhältniss q_k/q_{k-1} berechnet aus den Werthen der Columnne drei, und in der fünften dasselbe Verhältniss, abgeleitet aus den eben beschriebenen Beobachtungen.

Nr.	n	q	q_k/q_{k-1}	q_k/q_{k-1}
			ber.	beob.
15	12	17,104	—	—
14	12	16,800	1,0181	1,0191
13	12	16,498	1,0183	1,0180
12	205	16,230	1,0165	1,0172
11	414	15,842	1,0245	1,0249
10	561	15,147	1,0459	1,0454
9	154	14,620	1,0360	1,0353
8	258	14,334	1,0200	1,0202
7	257	13,9885	1,0247	1,0243
6	257	13,635	1,0263	1,0261
5	247	13,284	1,0264	1,0337 (?)
4	249	12,930	1,0274	1,0195
3	88	12,7165	1,0168	1,0170
2	432	12,584	1,0105	1,0108
1	690	12,314	1,0219	1,0215

Die kleinen Unterschiede in den Zahlen der Columnnen 4 und 5 rühren zum Theil von Beobachtungsfehlern her, zum

1) F. Himstedt, Wied. Ann. 22. p. 276. 1884.

Theil daher, dass der mittlere Radius von Drahtwindungen erfahrungsgemäss durch Umwicklung neuer Lagen geändert wird. Hier ist aber einmal (Columnne 4) das Verhältniss ρ_k/ρ_{k-1} aus den Messungen bei der Wickelung bestimmt, das andere mal (Columnne 5) nach beendigter Wickelung, eine vollständige Uebereinstimmung war deshalb von vornherein nicht zu erwarten. Im übrigen zeigen die Zahlen deutlich, dass ein Isolationsfehler nicht vorhanden. Eine Ausnahme hiervon macht nur Abtheilung Nr. 5. Für ρ_6/ρ_5 und ρ_5/ρ_4 stimmen die berechneten Werthe nicht mit den beobachteten überein, dagegen findet man für ρ_6/ρ_4 wieder Uebereinstimmung, nämlich ber.: 1,0545, beob.: 1,0539. Der Fehler muss also in der fünften Abtheilung stecken und wurde diese deshalb bei den Versuchen nicht benutzt.

6. Der Disjuncter.

Der Disjuncter D_1 und D_2 der Fig. 1 wurde durch das phonische Rad getrieben.¹⁾ Zur Bestimmung von n der Anzahl der Unterbrechungen in der Secunde war mit der Rotationsaxe ein Zählwerk verbunden, das direct $1/60$ Umdrehung abzulesen gestattete. Gezählt wurden bei jedem Versuche mindestens 900—1000 Umdrehungen, sodass die erforderliche Genauigkeit leicht zu erreichen war. Der Apparat arbeitete sehr gleichmässig, sodass die Ablenkungen am Galvanometer durchaus constant waren. Es scheint mir dies ein wesentlicher Vorzug dieses Disjunctors gegenüber dem von Hrn. Roiti benutzten zu sein, und ich glaube, dass die Abweichungen, welche die einzelnen Beobachtungen des Hrn. Roiti voneinander gezeigt haben, gewiss zum grössten Theile, wenn nicht ganz ihre Erklärung finden in dem unregelmässigen Gange des von ihm benutzten Schmidt'schen Wassermotors. Eine andere Erklärung für dieselben vermag ich wenigstens nicht in der sehr sorgfältigen Untersuchung zu finden.

7. Der Widerstand r .

Der in absolutem Maasse zu bestimmende Widerstand betrug 1 S.-E. oder $1/2$ S.-E. oder 2 S.-E. und wurde gebildet

1) Himstedt, Wied. Ann. 22. p. 276. 1884.

aus zwei Einheiten von Siemens und Halske, die entweder einzeln oder neben- oder hintereinander geschaltet zur Verwendung kamen. Dieselben hatten nicht die gewöhnliche Form der sogenannten Doseneinheiten, sondern waren mit Metallbüchsen umgeben, die mit Kaiseröl angefüllt wurden, sodass der Drahtwiderstand direct in dieser Flüssigkeit lag, mithin die Temperaturbestimmung eine durchaus sichere war. Ausserdem standen die Büchsen in einem grossen Flüssigkeitsbade und dieses in einer mit Watte ausgefüllten Kiste, in Folge hiervon blieb die Temperatur während der Dauer einer Beobachtung vollständig constant.

Da alle Reproductionen der Quecksilbereinheit übereinstimmend gezeigt haben, dass die von Siemens und Halske ausgegebenen Etalons mit genügender Annäherung den angegebenen Widerstand wirklich besitzen, so habe ich mich darauf beschränkt, die beiden Einheiten sowohl unter sich als mit einer Doseneinheit vor und nach den Versuchen zu vergleichen. Die Doseneinheit war in der Zwischenzeit unbenutzt geblieben. Die Vergleichung geschah mittelst eines Differentialgalvanometers Wiedemann'scher Construction, dessen Rollen aus 2 mm dickem Kupferdraht einen Widerstand von $\frac{1}{3}$ S.-E. hatten. In den einen Zweig wurde einer der zu vergleichenden Widerstände r_1 eingeschaltet, in den anderen ein Jacobi'scher Rheostat und eine S.-E., zu welcher ein Widerstandskasten von 1—5000 parallel geschaltet war. In diesem Kasten wurde Stöpsel 1000 gezogen und am Rheostat geändert, bis am Galvanometer kein Ausschlag mehr erfolgte. Dann wurde r_1 in dem ersten Zweige vertauscht mit r_2 (r_1 und r_2 waren die zu vergleichenden Widerstände) und am Kasten gestöpselt, bis wieder das Galvanometer auf Null stand. Selbstverständlich blieb hierbei jetzt der Rheostat vollständig ungeändert. Die Methode ist sehr bequem. Man verfügt über sehr kleine Bruchtheile der S.-E. und findet die Differenz der zu vergleichenden Widerstände direct in Bruchtheilen der S.-E.

Die beiden oben erwähnten S.-E. und die Doseneinheit tragen die Bemerkungen:

	Nr.	richtig bei	α	
r_1	3618	21,5° C.	0,00037	} März 1885
r_2	3619	20,9	0,00036	
d	3164	18,2	0,00033	April 1884.

Es müssen also bei 18,2° C. sein:

$$r_1 : r_2 : d = 0,998\,779 : 0,999\,028 : 1. —$$

Es wurde gefunden am 26./4. 1885 reducirt auf 18,2° C.:

$$r_1 : r_2 : d = 0,998\,827 : 0,999\,097 : 1. —$$

Hierbei wurden die Temperaturen von r_1 , r_2 und d abgelesen zu 14,96° C., 14,95° C. und 14,83° C. Die Widerstände hatten 24 Stunden in derselben Kiste gestanden, die beiden ersteren im Flüssigkeitsbade, d in der Luft. Nimmt man an, dass alle Widerstände dieselbe Temperatur hatten, und die von d fehlerhaft bestimmt war, so wird die Uebereinstimmung mit den Angaben von Siemens und Halske noch grösser.

Die Vergleichung am 12. Juli ergab reducirt auf 18,2° C.:

$$r_1 : r_2 : d = 0,998\,843 : 0,999\,062 : 1.$$

Die abgelesenen Temperaturen sind:

$$18,80, 18,80 \text{ und } 18,78^\circ \text{ C.}$$

Die Empfindlichkeit des Galvanometers war der Art, dass bei Anwendung eines Bunsen'schen Elementes für $1,10^{-4}$ S.-E. ein Ausschlag von 58 Scalentheilen erfolgte. Der Scalenabstand betrug 4,5 m.

Für die folgenden Bestimmungen sind die Angaben von Siemens und Halske als richtig angenommen.

8. Die Thermometer.

Die Thermometer waren in Zehntelgrade eingetheilt. Zwei Theilstriche hatten eine Entfernung von ca. 1 mm, sodass Hundertstelgrade sicher geschätzt werden konnten. Die Thermometer wurden dreimal sehr sorgfältig mit dem Normal-Thermometer des hiesigen physikalischen Instituts verglichen.

9. Das Galvanometer.

Der Draht, doppelt mit weisser Seide umspinnen und durch Paraffin gezogen, war auf einen Rahmen von Holz in zwei Abtheilungen gewickelt. Der Rahmen war nicht durchbrochen, die Magnete deshalb an einem Bügel aus Aluminium

aufgehängt, ähnlich dem bei dem Meissner-Meyerstein'schen Galvanometer.¹⁾ Es wurde ein System von drei Magneten benutzt, von denen einer in der Mitte der Windungen und je einer über, resp. unter denselben schwingt. Dieselben waren voneinander und von dem Bügel isolirt. Zwei derselben bildeten ein astatisches Paar, der dritte war bedeutend schwächer. Es wurde durch diese Anordnung eine grosse Empfindlichkeit bei sicherer Nullpunktslage erreicht und überflüssige Gewichte vermieden, die sonst zur Erzielung einer grossen Schwingungsdauer nöthig gewesen wären. Eine Dämpfung war nicht angebracht, die Ablenkungen wurden durch Beobachtung der Umkehrpunkte bestimmt. Bei etwa 4 m Scalenabstand betrugen die doppelten Ablenkungen ca. 800 mm. Die Ablenkungen bei der Messung der Inductionsströme und bei der des constanten Stromes waren stets bis auf wenige Scalentheile einander gleich, sodass es nicht nöthig war, für die Reduction auf Bogen den Scalenabstand mit der äussersten Genauigkeit zu messen. Die Theilungsfehler der Fernrohrscala waren bekannt.

10. Aufstellung der Apparate.

Das Solenoid stand vertical $\frac{1}{2}$ m über dem Fussboden, 1 m entfernt von der Zimmerwand auf einem Brett mit Fusschrauben. Die Inductionsrolle war darüber geschoben und ruhte mit drei Stellschrauben auf zwei in der Wand befestigten Balken. Da der innere Durchmesser der Holzrolle nur 0,5 cm grösser war als der äussere Durchmesser des Solenoids, so war es leicht, die Axen der beiden zur Coincidenz zu bringen. Uebrigens hat ein Fehler von 2—3 mm in der Einstellung auf das schliessliche Resultat keinen messbaren Einfluss. Ebenso hat es keine Schwierigkeiten, die Mittelpunkte bis auf 0,1 cm genau zum Zusammenfall zu bringen. Eine solche Genauigkeit ist aber auch hierbei gar nicht erforderlich, denn ein Fehler von 1 cm bei dieser Einstellung gibt im Endresultate erst eine Abweichung von höchstens 0,002 Proc. In dem Zimmer war ausser den Thür-

1) G. Wiedemann, *Electricität*. 3. p. 548.

und Fensterbeschlägen kein Metall. Alle anderen Apparate standen in einem anstossenden Zimmer und hatten in Luftlinie mindestens eine Entfernung von 13 m von dem Solenoid. Alle Verbindungsdrähte waren mit Kautschuk überzogen und leicht zusammengedreht, alle Stromwender etc. aus Paraffin und Siegellack angefertigt. Trotzdem diese letzteren, wenn nicht benutzt, sorgfältig durch übergestülpte Kasten geschützt wurden, sammelte sich auf denselben doch stets etwas Staub an. Derselbe wurde vor jedem Versuche mit einem Haarpinsel entfernt, dann aber noch alle diese Apparate mit der Flamme des Bunsen'schen Brenners überfahren. Bei Beobachtung dieser Vorsichtsmaassregeln habe ich nie Störungen in der Isolation bemerkt. Die Schneiden des Disjunctors wurden vor jedem Versuche neu verkupfert und amalgamirt, das Quecksilber in den Rinnen sehr sorgfältig gereinigt durch Waschen und Filtriren, sodass es blanke gute Kuppen bildete.

Von grosser Wichtigkeit war, dass bei der Messung des constanten Stromes die Ableitung genau an den Enden des Widerstandes r (Fig. 1) stattfand. Die Electroden dieses bestanden aus amalgamirten Kupferstangen von 6 mm Durchmesser. An diese wurden die Zu-, resp. Ableitungsdrähte, ebenfalls amalgamirt, angelegt und durch umgewickelten Kupferdraht festgeschnürt, das Ganze dann in Quecksilbernäpfe getaucht. Bei anderen Versuchen tauchten die Enden von r in die mit Quecksilber gefüllten Bohrungen von Messingklötzen, an welche die Zu- und Ableitungsdrähte angelöthet waren.

Die Methode setzt voraus, dass der Widerstand des secundären Kreises $r_1 + w_2$ bei der Messung der Inductionsströme (Schaltung I)¹⁾ gleich ist dem Widerstande $r + w_3$ bei der Messung des constanten Stromes (Schaltung II). Die Schaltung I konnte durch eine einzige Drehung eines passenden Commutators übergeführt werden in Schaltung II, indem dabei die Unterbrecher D_1 und D_2 ausgeschaltet und durch ihnen gleiche Drahtwiderstände ersetzt wurden, und

1) Vgl. p. 548.

indem w_0 ersetzt wurde durch die Leitung des secundären Kreises, nachdem aus dieser r_1 weggelassen war. Vor, resp. nach jedem Versuche wurden nun die betreffenden Widerstände abgeglichen, resp. ihre Gleichheit controlirt, indem zuerst die Leitung des secundären Kreises (Schaltung I) in den einen Zweig eines Differentialgalvanometers eingeschaltet wurde, dessen anderer Zweig einen Widerstandskasten und einen Jacobi'schen Rheostaten enthielt. Erfolgte kein Ausschlag mehr am Galvanometer, so wurde Schaltung I durch Umlegen des oben erwähnten Commutators in Schaltung II übergeführt und der Widerstand dieser so lange geändert, bis das Galvanometer wieder auf Null stand. Die Grösse der hierbei zur Vergleichung kommenden Widerstände betrug bei den einzelnen Versuchen zwischen 300 und 500 S.-E. Eine Ungleichheit von 0,01 S.-E. gab am Galvanometer bei Anwendung eines Daniell'schen Elementes einen Doppelausschlag von 3—6 Scalentheilen. Da der Widerstand von Schaltung I, wie aus Fig. 1 ersichtlich, bis auf etwa 0,3 Proc. sich genau aus denselben Theilen zusammensetzte, wie der von Schaltung II, und da die ausgewechselten Stücke durchaus gleichartig waren, nämlich zwei S.-E., so trat während der Versuche nie eine messbare Störung der Gleichheit ein.

11. Die Versuche.

Im ganzen wurden 67 Versuche ausgeführt. Bei der Anordnung derselben wurde Bedacht darauf genommen, alle darin vorkommenden Grössen in möglichst weiten Grenzen zu variiren. Am wenigsten war dies möglich bei dem Solenoid. Dieses wurde bei allen Versuchen benutzt, und hier konnte nur die Abänderung getroffen werden, dass die Inductionsrolle statt um die Mitte desselben, um einen Punkt gelegt wurde, der 10 cm mehr nach dem oberen oder unteren Ende des Solenoids lag.

Von der Inductionsrolle wurden einzelne Abtheilungen oder Combinationen derselben von zwei bis fünf angewendet, sodass die Zahl der benutzten Windungen 359 bis 2020 betrug.

Die Zahl der Stromunterbrechungen per Secunde betrug

5 bis nahe 13. Mehr wurden nie benutzt, um sicher zu sein, dass die Inductionsströme Zeit hatten, vollständig abzulaufen. Ob, resp. dass dies der Fall war, wurde vor jedem Versuche mit neuer Unterbrechungszahl in folgender Weise untersucht. Es wurde dem Disjunctor die für den Versuch bestimmte Rotationsgeschwindigkeit ertheilt und die Inductionsströme durch die Ablenkung am Galvanometer gemessen. Darauf wurden die Scheiden des Disjunctors ein wenig verstellt in dem Sinne, dass jetzt die Inductionsströme weniger Zeit zu ihrer Ausbildung hatten, und wieder die Ablenkung am Galvanometer gemessen. War diese dieselbe geblieben, so war damit bewiesen, dass die Inductionsströme zu voller Ausbildung gelangt waren, war sie kleiner geworden, oder zeigten sich kleine Schwankungen in den Ablenkungen am Galvanometer, so wurde natürlich jene Rotationsgeschwindigkeit nicht benutzt.

Der in absolutem Maasse zu bestimmende Widerstand betrug, wie schon erwähnt, $\frac{1}{2}$ S.-E. oder 1 S.-E. oder 2 S.-E. Damit der Ausschlag am Galvanometer eine passende Grösse hatte, wurde entweder die Stärke des inducirenden Stromes geändert, indem der Widerstand des primären Kreises vergrößert oder verkleinert wurde, oder die Stärke des inducirten Stromes in entsprechender Weise regulirt oder die Empfindlichkeit des Galvanometers geändert, indem eine oder beide Drahtwickelungen benutzt wurden, oder aber der dritte Magnet des Systems schwächer oder stärker genommen wurde. Die Schwingungsdauer des Galvanometers betrug 15 bis 33 Sekunden.

Da mit dem Galvanometer eine Reihe schnell aufeinander folgender Inductionsströme gemessen werden sollte, so war es denkbar, dass die Dicke der Magnete von Einfluss gewesen wäre. Es wurden deshalb zu einer Anzahl von Versuchen Magnete von 6 mm Durchmesser, zu den übrigen Versuchen solche von nicht ganz 1 mm Durchmesser benutzt. Die erhaltenen Resultate weichen nicht voneinander ab.

Die Stärke des inducirenden Stromes betrug 0,0008 bis 0,01 Ampère. Die Versuche wurden ausgeführt mit Schliessungs- und mit Oeffnungs-Inductions-Strömen. Die Ver-

suchsanordnung setzt voraus, dass die electromotorische Kraft des benutzten Elementes während der Dauer eines Versuches stets dieselbe ist, unabhängig davon, ob das Element periodisch, wie bei der Beobachtung der Inductionsströme, oder dauernd, wie bei der Messung des constanten Stromes, in Anspruch genommen wird. Es liegt deshalb der Einwand sehr nahe, dass die Polarisirung in der Kette zu Fehlern Veranlassung geben kann. Um diesem Einwande zu begegnen, wurden benutzt:

1. Ein bis vier Daniell'sche Elemente, die direct den Strom in das Solenoid schickten.

2. Vier bis sechs Bunsen'sche Elemente, die durch einen Drahtwiderstand geschlossen waren. Von zwei passend gewählten Punkten dieses Widerstandes wurde der für diese Versuche nöthige Strom abgezweigt. Hierbei sind also die Elemente stets geschlossen, durch den Unterbrecher D_1 wird nur der Widerstand des Stromkreises geändert.

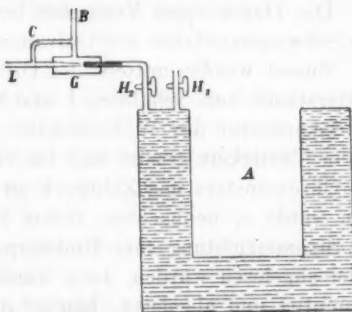
3. Eine Thermosäule.

Alle Stromquellen lieferten übereinstimmende Resultate.

Die Thermosäule bestand aus 130 Eisen- und Neusilberdrähten, die so auf ein $\frac{1}{2}$ m langes Brett gewickelt waren, dass die Löthstellen an den beiden entgegengesetzten Enden desselben lagen. Die eine Reihe der Löthstellen befand sich

in einem Glasgefässe mit Kaiseröl, das in einem grossen Wasserbade stand, durch welches beständig das Wasser der Wasserleitung floss. Durch Einpacken in Eis habe ich eine constante Temperatur für längere Zeit nicht erzielen können. Es

dauerte dabei gewöhnlich 20 Minuten, bis die Löthstellen ihre tiefste Temperatur angenommen hatten, diese hielt sich 15–20 Minuten constant, begann aber dann wieder langsam zu steigen. Die zweite Reihe der Löthstellen befand sich in



einem Luftbade von etwa 260°C . Dasselbe besteht nach D'Arsonval aus einem doppelwandigen Gefässe von Kupferblech, das bei Zimmertemperatur etwa 7 l Oel fasst. Die Figur stellt einen Schnitt dar. Beim Anheizen ist der Hahn H_2 geschlossen, während H_1 dem sich ausdehnenden Oele freien Austritt gestattet. Ist die gewünschte Temperatur erreicht, so wird H_1 geschlossen und H_2 geöffnet. Das Ende von H_2 ist mit einem sehr feinen Gummihäutchen verschlossen, bis b mit Quecksilber gefüllt und mittelst Stopfen luftdicht in das Glasrohr G eingesetzt. In dieses mündet, ebenfalls luftdicht eingesetzt, das Gasleitungsrohr L . Das Rohr B führt zum Brenner, C verhütet das vollständige Auslöschen der Flamme. Die Löthstellen der Thermosäule befinden sich etwa in der Mitte von A . Das ganze Kupfergefäss steht auf einem passenden Dreifuss im Innern einer grossen Holzkiste, und ist aller freie Raum in derselben mit Holzasche ausgefüllt. Die Einrichtung bewährte sich ausgezeichnet, die Thermosäule war sehr constant.

Nachdem eine Anzahl von Versuchen (43) ausgeführt war, wurden alle Zuleitungsdrähte durch neue ersetzt, alle Stromwender, sowie der Disjunctor neu aus Paraffin und Siegellack angefertigt. Die Resultate der nachfolgenden Versuche stimmten mit den früheren durchaus überein.

Die Dauer eines Versuches betrug je nach der benutzten Schwingungsdauer des Galvanometers 30 bis 70 Minuten.

Zuerst wurden mittelst des Differentialgalvanometers die Widerstände von Schaltung I und Schaltung II abgeglichen, die Temperatur des Widerstandes r abgelesen, der Disjunctor in Thätigkeit gesetzt und bei einem bestimmten Schlage des Chronometers das Zählwerk an demselben eingeschaltet. Nun wurde α_1 beobachtet, indem zuerst bei einer bestimmten Stromesrichtung fünf Umkehrpunkte der Galvanometernadel abgelesen wurden, dann wurde der inducirende Strom commutirt und abgelesen, hierauf der inducirte, wieder der inducirende und zum Schluss nochmals der inducirte. Nachdem mittelst des Hauptcommutators Schaltung I übergeführt in II, wurde ebenso α_2 bestimmt, und diese Beobachtungen abwechselnd jede mindestens drei-, resp. zweimal wiederholt.

Jetzt wurde bei einem bestimmten Secundenschlage das Zählwerk des Disjunctors eingeschaltet und dieser angehalten, die Gleichheit der Widerstände von Schaltung I und II controlirt und wieder die Temperatur des Widerstandes r abgelesen.

Im Nachfolgenden theile ich die Beobachtungen des ersten Versuches ausführlich mit.

Den 27. 4. 1885 Temperatur beim Solenoid $T = 14,4^{\circ} \text{C.}$:

$r = 1 \text{ S.-E. Nr. 3619 } t = 14,18^{\circ} \text{C. u. } 14,19^{\circ} \text{C.}$

Stärke des inducirenden Stromes $i = 0,0008 \text{ Ampère.}$

Von der Inductionsspule B benutzt die Abtheilungen Nr. 1, 12 und 13 mit im ganzen 907 Windungen. Mithin das Potential $V = 101681 \cdot 10^3 \text{ c. g. s.}$

Schwingungsdauer der Galvanometernadel: 15,7 Secunden. Die am Galvanometer beobachteten Doppelausschläge $2s_1$ bei Schaltung I (Inductionsströme) und $2s_2$ bei Schaltung II (constanter Strom) waren:

$2s_1 =$	814,06	813,35	813,30	813,23	812,75
$2s_2 =$	808,83		808,40	808,32	807,80

Scalenabstand 365,52 cm.

Hieraus berechnet $\text{tg } \alpha_2 / \text{tg } \alpha_1$:

0,99404 0,99421 0,99398 0,99396 0,99396 0,99368 0,99366

Mittel: 0,99393.

Uhr	Zählwerk am Disjunctur
9 h 47 m	0 0
10 37	2328 47

Da der zweite Zeiger des Zählwerks die 1/60 Umdrehungen anzeigt, so haben wir 2328,78 Umdrehungen in 3000 Secunden. Jede Umdrehung gibt 12 Unterbrechungen, mithin:

$$n = \frac{2328,78}{3000} \cdot 12 = 9,3151.$$

Mit Berücksichtigung des Temperaturcoefficienten der benutzten S.-E. ergibt sich:

$$1 \text{ S.-E.} = 0,94379 \text{ Ohm.}$$

Bei den für $\text{tg } \alpha_2 / \text{tg } \alpha_1$ mitgetheilten Zahlen beträgt die grösste Abweichung vom Mittel nahezu 0,0003 des Gesamtwertes. Ich muss bemerken, dass ausser diesem ersten Versuche nur noch zwei andere Beobachtungen (Nr. 10_b und 17_a

der folgenden Tabelle), also im ganzen 3 unter 66 eine ähnliche Differenz ergeben haben, bei allen anderen ist die Uebereinstimmung eine noch wesentlich bessere. Als Beispiel theile ich noch die Werthe des zweiten Versuches Ib mit:

$2s_1 =$	778,23	778,11	778,25	778,17
$2s_2 =$	798,60	798,28	798,42	798,28
$tg \alpha_2 / tg \alpha_1$				
1,02583	1,02569	1,02586	1,02586	1,02564 Mittel: 1,02576.

Die grösste Abweichung vom Mittel beträgt nur 0,0001.

Die folgende Tabelle enthält in der ersten Verticalreihe die Nummern der Versuche, in der zweiten die Bezeichnung der bei dem betr. Versuche benutzten Abtheilungen der Inductionsrolle, in der dritten die Zahl der darin enthaltenen Windungen. V giebt das Potential des Solenoids auf die in Frage kommenden Windungen der Inductionsspule, T die Zimmertemperatur in der Nähe des Solenoids. In der Columnne E bedeutet D Daniell'sches, B Bunsen'sches, Θ Thermoelement. Die Stromstärke im inducirenden Kreise i , ausgedrückt in Ampère, ist angenähert berechnet aus der electromotorischen Kraft der benutzten Elemente und dem Widerstande des Kreises. Unter r findet sich der Widerstand, welcher in absolutem Maasse gemessen werden sollte. Wenn nur 1 S.-E. benutzt wurde, war dies stets Nr. 3619, richtig bei 20,9° C. $\alpha = 0,00036$. Die Temperatur dieses Widerstandes, zu Anfang und zu Ende des Versuches abgelesen, findet sich unter t . Weiter bedeutet n die Anzahl der Unterbrechungen in der Secunde, τ die Schwingungsdauer des Galvanometers in Secunden, und $tg \alpha_2 / tg \alpha_1$ das Verhältniss der reducirten Galvanometerablenkungen bei Schaltung I und II (cfr. p. 2). Endlich enthält die letzte Nummer den Werth der S.-E. in absolutem Maasse ausgedrückt, d. h. in Bruchtheilen des Ohms.

Zu der nachstehende Tabelle muss ich noch die folgenden Bemerkungen machen.

Die Versuche, deren Nummern den Index a tragen, sind mit Schliessungs-, die mit dem Index b mit Oeffnungs-Inductions-Strömen ausgeführt.

Die Resultate.

Nr.	A	b	V. 10 ⁻⁸	T	E	i	r	t	n	r	tg α_2 /tg α_1	S.-E./Ohm
1 ^a	1.12.13	907	101 691	14,4	1 D.	0,0008	1	14,18 14,19	9,3151	15,7	0,99393	0,94379
1 ^b	"	"	"	14,6	"	"	"	14,39	9,0241	"	1,02576	0,94352
2 ^a	"	"	"	14,2	"	0,002	"	14,70 14,68	9,1532	"	1,01134	0,94346
2 ^b	"	"	"	14,3	"	"	"	13,33 13,34	9,1623	"	1,00987	0,94348
3 ^a	"	"	"	13,9	2 D.	0,006	"	13,62 13,64	9,1601	"	1,01004	0,94331
3 ^b	"	"	"	14,1	"	"	"	13,88	9,1597	"	1,01008	0,94323
4 ^a	"	"	"	14,8	"	0,01	"	14,15	9,1589	"	1,01061	0,94355
4 ^b	"	"	"	14,5	"	"	"	14,22	9,1621	"	1,01048	0,94373
5 ^a	1.2	1122	126 109	14,7	1 D.	0,001	"	14,62	7,4797	"	0,99783	0,94334
5 ^b	"	"	"	14,1	"	"	"	15,05 15,03	7,4822	"	0,99779	0,94347
6 ^a	4.6.7.8	1021	114 347	15,1	"	"	"	15,70 15,71	8,1584	"	1,00934	0,94336
6 ^b	"	"	"	15,3	"	"	"	15,93	8,1586	"	1,01026	0,94359
7 ^a	10.11	975	108 638	15,2	"	"	"	15,41 15,40	8,6509	"	1,00211	0,94366
7 ^b	"	"	"	14,9	"	"	"	13,75	8,6532	"	1,00120	0,94361
8 ^a	3.11.12 13.14	731	81 402,1	14,8	"	"	"	13,13 13,14	11,4232	"	1,01204	0,94369
8 ^b	"	"	"	14,1	"	"	"	13,66	11,4473	"	1,01012	0,94372
9 ^a	1	690	77 574,7	13,8	"	"	"	15,23	12,2060	"	0,99434	0,94344
9 ^b	"	"	"	14,1	"	"	"	14,77 14,75	12,1444	"	0,99932	0,94354
10 ^a	2.4	681	76 483,9	14,5	"	"	"	14,9	12,4720	"	0,98696	0,94350
10 ^b	"	"	"	14,8	"	"	"	15,55 15,56	12,5336	"	0,98262	0,94377
11 ^a	1.2	1122	126 109	14,4	"	0,003	"	16,43 16,44	7,4989	23	0,99636	0,94375
11 ^b	"	"	"	14,6	"	"	"	16,77	7,5022	"	0,99608	0,94379
12 ^a	1.2.3.9	1364	153 195	14,7	"	0,0008	"	16,93	6,1193	"	1,00506	0,94354
12 ^b	"	"	"	15,0	"	"	"	16,88 16,90	6,0702	"	1,01328	0,94363
13 ^a	"	"	"	15,1	"	"	"	16,73	6,0735	33,4	1,01274	0,94370
13 ^b	"	"	"	15,3	"	"	"	16,10	6,0760	"	1,01176	0,94339
14 ^a	"	"	"	15,0	"	0,001	2	17,40	12,3922	15,5	0,99273	0,94362
14 ^b	"	"	"	14,8	"	"	"	17,80 17,81	12,4400	"	0,98904	0,94360
15 ^a	1.2.3 4,9	1613	181 144	15,0	"	0,0008	"	17,31	10,4441	"	0,99615	0,94364
15 ^b	"	"	"	15,3	"	"	"	17,45 17,46	10,4105	"	0,99933	0,94356
16 ^a	1.2.3 4.10	2020	226 509	15,2	"	"	"	17,71	8,3797	"	0,99320	0,94378
16 ^b	"	"	"	15,0	"	"	"	17,80 17,81	8,3831	"	0,99278	0,94374
17 ^a	10	561	62 567,1	15,5	"	0,004	0,5	18,39	7,6165	"	0,98923	0,94379
17 ^b	"	"	"	15,3	"	"	"	18,60	7,6004	"	0,99097	0,94338
18 ^a	2	432	48 534,7	15,1	"	"	"	18,42	9,6232	"	1,00919	0,94366

Nr.	A	b	V. 10^{-3}	T	E	i	r	t	n	τ	$\text{tg}\alpha_2/\text{tg}\alpha_1$	S.-E./Ohm
18 ^b	2	432	48 534,7	15,1	1 D.	0,004	0,5	17,82 17,84 18,84 18,85	9,6603	15,5	1,00519	0,94375
[19	9.12	359	39 987,1	15,2	"	"	"	11,9084	"	"	0,99136	0,94495
19 ^a	"	"	"	15,7	"	"	"	18,78	11,9320	"	0,98804	0,94367
19 ^b	"	"	"	15,1	"	"	"	17,69	11,9277	"	0,98814	0,94380
20 ^a	10	561	62 567,1	15,0	"	"	"	17,42 17,45	7,5049	"	1,00334	0,94356
20 ^b	"	"	"	14,7	"	"	"	16,65	7,5032	"	1,00353	0,94379
21 ^a	1.12.13	907	101 691	14,9	"	0,001	1	17,31	9,1689	"	1,01082	0,94370
21 ^b	"	"	"	15,3	"	"	"	18,72	9,2023	"	1,00761	0,94365
22 ^a	"	"	"	15,6	"	"	"	19,01 19,02	9,2100	"	1,00676	0,94355
22 ^b	"	"	"	15,8	"	"	"	19,63	9,1881	"	1,00946	0,94362
23 ^a	2.4	681	76 483,9	15,7	"	0,009	"	19,41	12,2741	"	1,00475	0,94374
23 ^b	"	"	"	15,6	"	"	"	19,03	12,2409	"	1,00739	0,94378
24 ^a	6.7.8	772	86 397,9	15,2	"	0,002	"	19,90	10,9787	"	0,99425	0,94342
24 ^b	"	"	"	15,5	"	"	"	20,01 20,02	10,9030	"	1,00117	0,94340
25 ^a	"	"	86 291,9*	15,0	"	"	"	19,56	11,0179	"	0,99162	0,94324
25 ^b	"	"	"	15,3	"	"	"	18,74	10,9991	"	0,99307	0,94329
26 ^a	"	"	86 288,7*	15,1	"	"	"	18,92	11,0114	"	0,99224	0,94346
26 ^b	"	"	"	15,3	"	"	"	18,87 18,88	10,9598	"	0,99709	0,94364
27 ^a	1.12.13	907	101 574	15,8	"	"	"	20,23	9,3124	"	0,99725	0,94353
27 ^b	"	"	"	15,8	"	"	"	20,41	9,3280	"	0,99577	0,94365
28 ^a	"	"	101 691	15,7	5 B.	0,0009	"	20,72	9,1845	"	1,01005	0,94342
28 ^b	"	"	"	15,3	"	"	"	20,59	9,1973	"	1,00865	0,94348
29 ^a	6.7.8	772	86 397,9	15,4	6 B.	0,0012	"	20,90 20,89	10,8549	"	1,00579	0,94327
29 ^b	"	"	"	15,8	"	"	"	21,34	10,8812	"	1,00357	0,94332
30 ^a	"	"	"	15,9	?	"	"	22,24	11,0451	"	0,98899	0,94331
30 ^b	"	"	"	15,5	"	"	"	23,44 23,45	10,9956	"	0,99411	0,94353
31 ^a	1.2	1122	126 109	15,6	"	"	"	21,33	7,4666	"	1,00224	0,94357
31 ^b	"	"	"	15,4	"	"	"	18,84	7,4738	"	1,00015	0,94335
32 ^a	"	"	"	15,2	1 D.	0,001	"	18,78	7,4825	"	0,99909	0,94347
32 ^b	"	"	"	15,5	"	"	"	19,01	7,4893	"	0,99884	0,94354
33 ^a	10.12	766	85 351,2	15,8	"	"	"	19,90	11,0062	"	1,00414	0,94362
33 ^b	"	"	"	15,4	"	"	"	19,23	10,9867	"	1,00572	0,94366

* Siehe p. 575.

Bei den Versuchen Nr. 1_a bis 13_b bestand das Magnet-system des Galvanometers aus Magneten von 6 mm Durchmesser, bei allen übrigen Versuchen betrug der Durchmesser der Magnete noch nicht ganz 1 mm (cfr. p. 568).

Nach Beendigung des Versuches Nr. 21^b wurden alle Verbindungsdrähte durch neue ersetzt und alle Stromwender sowie der Disjuncteur aus reinem Paraffin und Siegellack neu hergestellt.

Bei den Versuchen 25^a und 25^b war der Mittelpunkt der Inductionsrolle in Richtung der Axe um 10,05 cm nach der einen Seite, bei den Versuchen Nr. 26a bis 27b um 10,20 cm nach der anderen Seite von dem Mittelpunkt des Solenoids entfernt. Das Potential ist nach Formel IX, p. 552 berechnet.

Bei den Versuchen Nr. 28a und 28b waren fünf Bunsen'sche Elemente geschlossen durch einen Draht von 5260 S.-E. Von zwei Punkten, zwischen denen der Widerstand nahezu 500 S.-E. betrug, wurde abgezweigt zum Solenoid. Bei 29^a und 29^b waren entsprechend sechs Bunsen geschlossen durch 3000 S.-E. und abgezweigt von den Enden von 400 S.-E.

Bei den Beobachtungen mit der Thermosäule habe ich versäumt, die electromotorische Kraft der Säule mit der eines Daniell zu vergleichen, und kann die Stromintensität deshalb nicht berechnen.

In der letzten Columnne weicht ein Werth, der von Nr. 19 in Klammer, nicht unbedeutend von allen übrigen ab. Ich vermag den Grund hierfür nicht anzugeben. Nr. 19^a ist unter genau denselben Verhältnissen ausgeführt wie Nr. 19, es ist zwischen den beiden Versuchen nur das Quecksilber des Disjunctors neu eingefüllt, wie dies stets vor einem neuen Versuche geschehen ist, im übrigen alles ungeändert geblieben.

Da der Werth von Nr. 19 durchaus vereinzelt dasteht, so glaube ich, dass irgend ein Versehen in den Ablesungen vorliegt, und ich habe den Versuch deshalb bei der Berechnung des Mittels ausgeschlossen. Würde er mit berücksichtigt, so wäre im Endresultat die fünfte Decimale um zwei Einheiten zu erhöhen.

Das Mittel aus den 66 übrigen Versuchen ergibt:

$$1 \text{ S.-E.} = 0,94356 \text{ Ohm,}$$

oder ein Ohm entspricht dem Widerstande einer Quecksilbersäule von 1 qmm Querschnitt und

$$105,98 \text{ mm Länge bei } 0^{\circ} \text{ C.}$$

Von den erhaltenen Werthen war:

$$\text{der kleinste } 1 \text{ S.-E.} = 0,94323 \text{ Ohm,}$$

$$\text{der grösste } 1 \text{ S.-E.} = 0,94380 \text{ Ohm.}$$

Phys. Inst. Freiburg i. B.

VII. Ueber die magnetische Drehung
der Polarisationssebene und einige besondere Fälle
der Refraction; von de Witt Bristol Brace.

(Inauguraldissertation.)

(Hierzu Taf. VI Fig. 5—10.)

Einleitung.

Die folgende Untersuchung wurde hauptsächlich unternommen, um die Natur der Faraday'schen Wirkung zu bestimmen. Bisher hat man meistens angenommen, dass die Drehung der Polarisationssebene eines Strahles in einem magnetischen Medium durch eine von der magnetischen Spannung herrührende Aenderung des Brechungsexponenten dieses Mediums hervorgerufen wird.

Es ist ein bekanntes Princip der Kinematik, dass zwei entgegengesetzte Circularschwingungen von gleicher Periode und Amplitude als Resultante eine Linearschwingung ergeben. Die Richtung dieser Linearschwingung wird gedreht werden, wenn eine der Circularschwingungen ihre Phase gegen die andere ändert. Fresnel, welcher die Analogie zwischen dem kinematischen Princip und der Drehung der Polarisationssebene eines Strahles in natürlich rotirenden Substanzen wahrnahm, sah voraus und bestätigte die Thatsache, dass ein linear polarisirter Strahl in zwei entgegengesetzt circular polarisirte Strahlen zerlegt wird, deren Fortpflanzungsgeschwindigkeiten verschieden sind. Er schickte einen gebrochenen Strahl nacheinander durch ein rechts drehendes und ein links drehendes Stück Quarz und fand, dass der ursprüngliche Strahl in zwei entgegengesetzt circular polarisirte Strahlen zerlegt wurde.

Die augenscheinliche Aehnlichkeit zwischen der sogenannten magnetischen Doppelcircularbrechung und dieser natürlichen Doppelcircularbrechung gibt zu der Vermuthung Veranlassung, dass für magnetische Substanzen ebenfalls eine Aenderung des Brechungsexponenten eintritt. Jedoch hat diese Vermuthung keine experimentelle Bestätigung gefunden. Die magnetisch rotatorische Polarisation ist ein ausserordent-

lich v
ob die
stand
verde
laren
deren
Subst
Temp
Lösun
die V
kung
schei
einer
zelner
I
allgen
ab, in
von e
kann
verlie
von d
gekeh
perat
I
physi
zuzul
änder
fende
hervo
Aend
Circu
ihrer
Subs
keit
man
der
ist,
Aun

lich weit verbreitetes Phänomen bei fast allen Substanzen, ob dieselben sich in festem, flüssigem oder gasförmigem Zustande befinden. Wenn sie von keinem anderen Phänomen verdeckt wird, so scheint sie unabhängig von der molecularen Structur zu sein, welche die Substanz hat. Mit anderen Worten, das specifische Drehungsvermögen irgend einer Substanz scheint constant, d. h. unabhängig von Dichtigkeit, Temperatur, Structur etc. zu sein, abgesehen von einigen Lösungen, welche scheinbar Ausnahmen sind. Dies scheint die Vermuthung zu befestigen, dass die hervorgerufene Wirkung in dem Molecüle selbst stattfindet. Gewisse Facta scheinen auch zu zeigen, dass eine secundäre Wirkung in einer Combination von Molecülen ähnlich wie in einem einzelnen möglich ist.

Die natürliche rotatorische Polarisation ist viel weniger allgemein. In festen Körpern hängt sie von der Richtung ab, in welcher der Strahl fortgepflanzt wird. Sie hängt ferner von einer gewissen molecularen Structur ab. Eine Substanz kann das ganze oder einen grossen Theil dieses Vermögens verlieren, wenn ihre Structur verändert wird, z. B. wenn sie von dem festen in den flüssigen Zustand übergeht, oder umgekehrt. Sein specifischer Betrag scheint auch mit der Temperatur zu variiren.

Diese Unterschiede sind genügend, eine verschiedene physikalische Erklärung der beiden Arten von Phänomenen zuzulassen. Es ist augenscheinlich, dass die relative Veränderung der Phase, welche zur Hervorbringung der betreffenden Drehung der Schwingungsebene nöthig ist, physikalisch hervorgerufen werden kann entweder durch eine relative Aenderung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der beiden Circularschwingungen oder durch eine relative Veränderung ihrer Phase. Wie oben gesagt, ist in natürlich rotirenden Substanzen eine Veränderung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit vorhanden. Bei magnetisch rotirenden Substanzen kann man aus gleichem Grunde vermuthen, dass eine Aenderung der Phase eintritt.

Obleich die Wirkung der magnetischen Spannung klein ist, so schien es doch möglich, sie durch Veränderung der

Phase und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines circular polarisirten Strahles zu prüfen. Die Methode der Untersuchung erfordert zunächst eine Betrachtung gewisser Fälle der Brechung.

I. Theil. Ueber einige besondere Fälle der Brechung.

1. Die Nichtspaltung des Strahles in einem doppeltbrechenden Medium. — Bei der Untersuchung der Faraday'schen Wirkung wurde es nöthig, einen Strahl durch ein doppelt brechendes Medium unter einem spitzen Winkel gegen die optische Axe durchgehen zu lassen, ohne ihn zu spalten. Auf den ersten Blick scheint dies mit der Theorie in Widerspruch. Eine Betrachtung von Fresnel's Wellenfläche zeigt jedoch, dass dies wohl möglich ist.

Die Huygens'sche Construction für die Wellenfläche macht es zugleich geometrisch augenscheinlich. Man construirt, Fig. 5 und 6, in den Durchschnittspunkten einer vom Centrum der Wellenfläche ausgehenden Linie die Tangentialebenen an die Wellenfläche. Eine Ebene, welche durch die Durchschnittslinie dieser Tangentialebenen und durch das Centrum der Wellenfläche geht, wird eine brechende Ebene werden, für welche ein längs dieser (d. h. vom Centrum ausgehenden) Linie einfallender Strahl ohne Spaltung gebrochen wird. Wenn eine Ebene durch diese Durchschnittslinie gelegt wird, sodass sie die Wellenfläche berührt, welche entstanden sein würde, wenn der Strahl unverändert hindurchgegangen wäre, dann gibt die Linie, welche durch das Centrum und den Berührungspunkt geht, die verlangte Richtung des Einfallsstrahles an. Unter gewissen Bedingungen kann also ein Strahl in einem doppeltbrechenden Medium gebrochen werden, ohne gespalten zu werden. Die Durchschnittslinie der beiden Tangentialebenen der Wellenfläche wird eine Oberfläche bestimmen, welche die Enveloppe dieser Linien ist, wenn die Linie durch das Centrum alle möglichen Richtungen hat.

Um nun diese Enveloppe zu bestimmen, sei $F = 0$ die Gleichung der Fresnel'schen Wellenfläche, deren Centrum der Anfangspunkt der Coordinaten ist. Sei die x -Axe die Axe der grössten, die y -Axe die der mittleren und die z -Axe

die der
Geschw
sodass
punkte
Aus d
zusam

wo d
stituti
Envel
der N
F
velop
Axe
z-Axe
Kryst
Ebene
Dann
Gleich

naten

die der kleinsten Elasticität. Seien a, b und c die respectiven Geschwindigkeiten für Verschiebungen parallel zu diesen Axen, sodass $a > b > c$ ist. Seien $x' y' z'$ und $x'' y'' z''$ die Schnittpunkte der Linie durch das Centrum mit der Wellenfläche. Aus den Bedingungen der Aufgabe, dass die radii vectores zusammenfallen, geht hervor:

$$\frac{x'}{a} = \frac{y'}{b} = \frac{z'}{c}.$$

Die Durchschnittslinie der beiden Tangentialebenen ist:

$$(x - x') \frac{\partial F'}{\partial x'} + (y - y') \frac{\partial F'}{\partial y'} + (z - z') \frac{\partial F'}{\partial z'} = 0,$$

$$(x - x'') \frac{\partial F''}{\partial x''} + (y - y'') \frac{\partial F''}{\partial y''} + (z - z'') \frac{\partial F''}{\partial z''} = 0,$$

wo $\partial F'/\partial x'$, $\partial F''/\partial x''$ etc. die respectiven Resultate der Substitution von $x' y' z'$ und $x'' y'' z''$ in $\partial F/\partial x$ etc. sind. Die Enveloppe, $E = 0$, dieser Linie stellt alle möglichen Fälle der Nichtspaltung des Strahles dar.

Für einaxige Krystalle kann man die Form dieser Enveloppe leicht für jeden ebenen Schnitt durch die optische Axe erhalten. Die x -Axe sei nun die optische Axe, und die z -Axe liege in dieser Ebene. Ferner ist $b = c$ für einaxige Krystalle. Die Schnittcurve der Wellenfläche mit dieser Ebene lässt sich in einen Kreis und eine Ellipse zerlegen. Dann haben wir die Enveloppe $\varepsilon = 0$ zu bestimmen aus den Gleichungen:

$$a^2 x x'' + b^2 z z'' = a^2 b^2, \quad a^2 x''^2 + b^2 z''^2 = a^2 b^2,$$

$$x x' + z z' = b^2, \quad x'^2 + z'^2 = b^2, \quad \frac{x'}{a} = \frac{z'}{b}.$$

Transformiren wir diese Gleichungen für Polarcoordinaten und eliminiren φ'' aus der dritten, dann haben wir:

$$\frac{(a^2 x \cos \alpha' + b^2 z \sin \alpha')^2}{a^2 \cos^2 \alpha' + b^2 \sin^2 \alpha'} = a^2 b^2,$$

$$x \cos \alpha' + z \sin \alpha' = b, \quad \cos^2 \alpha' + \sin^2 \alpha' = 1.$$

Eliminiren wir α' , so finden wir:

$$(x^2 - b^2) \left\{ \frac{1}{x^2} - \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{ab} \sqrt{\frac{x^2}{x^2 - b^2}} \right) \right\} = 0.$$

Dies ist eine Gleichung achten Grades und stellt die beiden geraden Linien $x = \pm b$ dar und die Curve:

$$\frac{1}{z^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{ab} \sqrt{\frac{x^2}{x^2 - b^2}},$$

welche vom sechsten Grade ist. Die Asymptoten dieser Curve sind:

$$x = \pm \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} b, \quad z = \pm \frac{ab}{a + b} \quad \text{und} \quad z = \pm \frac{ab}{a - b}.$$

Fig. 5 stellt den Fall für einen negativen Krystall dar, wie Kalkspath, während Fig. 6 den Fall für einen positiven Krystall, wie Quarz, darstellt.

Da die Schnitte der Wellenfläche in jedem Quadranten ähnlich sind, so sind die Theile der Enveloppe in jedem Quadranten auch ähnlich. Die Zweige E , deren Asymptoten:

$$x = \pm \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} b \quad \text{und} \quad z = \pm \frac{ab}{a - b}$$

sind, sind die Orte, für die Durchschnittspunkte der Tangenten an die Wellenfläche, die in den entgegengesetzten Enden desselben Diameters die Wellenfläche berühren. Sie haben keine physikalische Bedeutung für die vorliegende Aufgabe und brauchen deshalb nicht weiter betrachtet zu werden. Die Linien BC und $B'C'$ und die Zweige $BE'E''$ und $B'E_1'E_1''$, deren Asymptoten $z = \pm ab/(a + b)$ sind, sind die Orte für die Durchschnittspunkte der Tangenten an die Schnittcurve der Wellenfläche, die in den Punkten R, R' etc. berühren, wo irgend eine Linie $OR R'$ durch das Centrum diese Wellenfläche schneidet.

Aus den Gleichungen:

$$a^2 x x' + b^2 z z' = a^2 b^2, \quad x x' + z z' = b^2$$

erhalten wir sofort die Gleichung:

$$x(\varphi'' - \varphi') + z \operatorname{tg} \alpha' \left(\frac{b^2}{a^2} \varphi'' - \varphi' \right) = 0.$$

Diese Gleichung zeigt, dass der Durchschnittspunkt E der Tangenten an die Wellenfläche in den Punkten R und R' in demselben Quadranten liegt, ob $a > b$ oder $a < b$. Mit anderen Worten: der Theil der Enveloppe, welcher von den Durchschnittspunkten der Tangenten an die Wellenfläche

beschrieben wird, liegt in demselben Quadranten, wie die correspondirenden radii vectores, ob der Krystall positiv oder negativ ist.

Es ist zugleich aus der Figur offenbar, dass eine Linie $E''OE'E''$ durch das Centrum die Enveloppe in acht reellen Punkten schneiden wird, wenn sie nicht einen zu grossen Winkel mit der optischen Axe bildet. Zwei von diesen Punkten liegen in den Zweigen, welche ausser Betrachtung geblieben sind. Nur drei von den sechs übrigen Punkten verlangen eine physikalische Interpretirung. Wenn $E''OE'E''$ der Durchschnitt einer Ebene ist, die durch O geht und senkrecht auf der xz -Ebene steht, so sind diese drei Punkte entweder E', E'', E''' oder E_1', E_1'', E_1''' . Dies folgt offenbar aus der Thatsache, dass wir in der Aufgabe von der Brechung nur die radii vectores der Wellenfläche betrachten können, welche auf einer Seite dieser Ebene liegen. Wenn wir voraussetzen, dass der Strahl nach dem unteren Ende der Figur hin gebrochen wird, so sind nur die den Bedingungen der Refraction entsprechenden radii vectores $ORR', OR_1'R_1''$ und OB .

Es ist offenbar, dass, wenn die brechende Ebene des Krystalles einen nicht zu grossen Winkel mit der optischen Axe bildet, ein Strahl in drei Richtungen gebrochen werden kann, ohne gespalten zu werden; eine von diesen liegt in der optischen Axe. Wenn dieser Winkel zu gross ist, so ist nur eine Richtung der Nichtspaltung möglich, nämlich die in der optischen Axe. Für Kalkspath darf dieser Winkel nicht grösser als 21° sein.

Da die Wellenfläche für einen einaxigen Krystall symmetrisch zu der optischen Axe liegt, so wird die Fläche $E = 0$, in einer Curve von derselben Form geschnitten für jede Lage der Ebene, die durch die optische Axe geht. $E = 0$ ist also eine Rotationsfläche um Axe x .

Wir haben bisher nur die nothwendigen Bedingungen für das Zusammenfallen der ordentlichen und der ausserordentlichen Strahlen in dem doppeltbrechenden Medium gefunden. Damit ein Einfallsstrahl in der geeigneten Richtung gebrochen werden kann, sind gewisse Beziehungen zwi-

schen dem Einfallswinkel und dem Winkel, welchen die Grenzfläche mit der optischen Axe bildet, nothwendig. Wie oben gesagt, erfordert das Huygens'sche Princip, dass die brechende Linie durch die Durchschnittslinie der Tangentialebenen und durch das Centrum der Wellenfläche geht. Die Gleichung dieser Ebene, da sie durch die Linie:

$$(x - x') \frac{\partial F'}{\partial x} + (y - y') \frac{\partial F'}{\partial y} + (z - z') \frac{\partial F'}{\partial z} = 0,$$

$$(x - x'') \frac{\partial F''}{\partial x} + (y - y'') \frac{\partial F''}{\partial y} + (z - z'') \frac{\partial F''}{\partial z} = 0$$

gehen muss, wird dann:

$$x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma = 0$$

wo:
$$Q \cos \alpha = \left(x'' \frac{\partial F''}{\partial x'} + y'' \frac{\partial F''}{\partial y'} + z'' \frac{\partial F''}{\partial z'} \right) \frac{\partial F'}{\partial x'} - \left(x' \frac{\partial F'}{\partial x''} + y' \frac{\partial F'}{\partial y''} + z' \frac{\partial F'}{\partial z''} \right) \frac{\partial F''}{\partial x''},$$

$$Q \cos \beta = \left(x'' \frac{\partial F''}{\partial x'} + y'' \frac{\partial F''}{\partial y'} + z'' \frac{\partial F''}{\partial z'} \right) \frac{\partial F'}{\partial y'} - \left(x' \frac{\partial F'}{\partial x''} + y' \frac{\partial F'}{\partial y''} + z' \frac{\partial F'}{\partial z''} \right) \frac{\partial F''}{\partial y''},$$

$$Q \cos \gamma = \left(x'' \frac{\partial F''}{\partial x'} + y'' \frac{\partial F''}{\partial y'} + z'' \frac{\partial F''}{\partial z'} \right) \frac{\partial F'}{\partial z'} - \left(x' \frac{\partial F'}{\partial x''} + y' \frac{\partial F'}{\partial y''} + z' \frac{\partial F'}{\partial z''} \right) \frac{\partial F''}{\partial z''},$$

sind. Q ist die Quadratwurzel aus der Summe der Quadrate der rechten Seite dieser drei Gleichungen.

Sei θ der Einfallswinkel des Strahles, sei ferner d die Geschwindigkeit in dem angrenzenden Medium. Ist:

$$x \cos(\alpha + \theta_1) + y \cos(\beta + \theta_2) + z \cos(\gamma + \theta_3) = d$$

die Gleichung einer Ebene, welche durch die Durchschnittslinie der Tangentialebenen an die Fresnel'sche Wellenfläche geht, und die selbst Tangentialebene an derjenigen Wellenfläche ist, welche entstanden wäre, wenn der Einfallsstrahl sich unverändert fortgepflanzt hätte, dann ist:

$$\cos \theta = \cos \alpha \cos(\alpha + \theta_1) + \cos \beta \cos(\beta + \theta_2) + \cos \gamma \cos(\gamma + \theta_3).$$

Wenn das angrenzende Medium isotrop ist, so ist die verlangte Gleichung zwischen Θ und α, β, γ bestimmt durch die Gleichungen:

$$\begin{aligned} E = 0, \quad x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma &= 0, \\ x \cos(\alpha + \Theta_1) + y \cos(\beta + \Theta_2) + z \cos(\gamma + \Theta_3) &= d, \\ \cos \Theta &= \cos \alpha \cos(\alpha + \Theta_1) + \cos \beta \cos(\beta + \Theta_2) + \cos \gamma \cos(\gamma + \Theta_3), \end{aligned}$$

wenn $E = 0$ die oben erwähnte Enveloppe ist.

Wenn die Form der Enveloppe für einen Schnitt der Wellenfläche eines einzigen Krystalles mit einer durch die optische Axe gehenden Ebene gefunden ist, so kann die nothwendige Beziehung zwischen Θ und α, β, γ sofort bestimmt werden. Für diesen besonderen Fall bestehen die Gleichungen:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= (x^2 - b^2) \left\{ \frac{1}{z^2} - \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{ab} \sqrt{\frac{x^2}{x^2 - b^2}} \right) \right\} = 0, \\ x \cos \alpha + z \cos \gamma &= x \cos \alpha + z \sin \alpha = 0, \\ x \cos(\alpha + \Theta_1) + z \cos(\gamma + \Theta_3) &= \cos(\alpha + \Theta) + z \sin(\alpha + \Theta) = d, \\ \text{da: } \cos \Theta &= \cos \alpha \cos(\alpha + \Theta_1) + \cos \gamma \cos(\gamma + \Theta_3) \\ &= \cos \alpha \cos(\alpha + \Theta_1) + \sin \alpha \sin(\alpha + \Theta_1) = \cos \Theta_1. \end{aligned}$$

Substituiren wir die Werthe von x und z , welche wir aus den ersten beiden Gleichungen erhalten haben, in die dritte Gleichung, so erhalten wir:

$$\left(\frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \Theta} - \frac{1}{\eta_0^2} \right) \left\{ \frac{\sin^2 \Theta}{\cos^2 \alpha} - \left(\eta_e^2 + \eta_0^2 + 2 \eta_e \eta_0 \sqrt{\frac{\eta_0^2 \sin^2 \alpha}{\eta_0^2 \sin^2 \alpha - \sin^2 \Theta}} \right) \right\} = 0,$$

wo $\eta_0 = d/b$ und $\eta_e = d/a$ sind.

Der erste Factor $= 0$ gesetzt, ergibt die zwischen Θ und α bestehende Beziehung, welche erfüllt sein muss für die beiden Linien $x = \pm b$, oder BC und $B'C'$ (Fig. 5 und 6). Mit anderen Worten: $\sin \Theta = \pm \eta_0 \sin \alpha$ ist die Gleichung, welche bestehen muss, damit ein Strahl längs der optischen Axe gebrochen werden kann. Ein Blick auf die Figur zeigt, dass immer das Zeichen $-$ zu gebrauchen ist, da Θ nach der entgegengesetzten Richtung, wie α von der Normale ON aus gemessen wird.

Der zweite Factor $= 0$ gesetzt, ergibt die Gleichung zwischen Θ und α , welche bestehen muss, damit der ordent-

liche und der ausserordentliche Strahl zusammenfallen für irgend eine andere Richtung, als die der optischen Axe.

Aus der Gleichung:

$$\frac{\sin^2 \Theta}{\cos^2 \alpha} = \eta_e^2 + \eta_o^2 + 2\eta_e \eta_o \sqrt{\frac{\eta^2 \sin^2 \alpha}{\eta_o^2 \sin^2 \alpha - \sin^2 \Theta}}$$

sehen wir, dass, wenn $\alpha = 90^\circ$ ist, $\Theta = 0^\circ$ ist, da die rechte Seite der Gleichung endlich bleibt, und die linke Seite unendlich werden würde, wenn Θ nicht Null wäre. Dies zeigt, dass ein Strahl bei normaler Incidenz durch eine Platte, welche parallel zu der optischen Axe geschnitten ist, ohne gespalten zu werden, hindurch gehen wird, was mit der gewöhnlichen Theorie übereinstimmt.

Angenäherte Lösungen dieser Gleichung zeigen, dass für Kalkspath der geringste Werth, den α haben kann, ungefähr 69° ist. Wenn $\alpha > 69^\circ$ ist, so wird eine Linie durch das Centrum der Wellenfläche den Zweig $BE'E''$ in den Punkten E' und E'' schneiden. Θ kann ausser dem Werth für die Brechung längs der optischen Axe zwei Werthe haben, wenn der Brechungsexponent des angrenzenden Mediums gross genug ist.

Wir wollen n_D den mittleren Brechungsexponenten für die D -Linien nennen. Die annähernde Lösung der oberen Gleichung für Kalkspath zeigt, dass, wenn Luft das angrenzende Medium ist, also $n_D = 1$ ist, $72^\circ 40'$ der geringste Werth ist, welchen α haben kann, damit Θ mit den gegebenen Bedingungen vereinbar ist, abgesehen von der Fortpflanzung längs der optischen Axe. Damit ein Strahl längs der optischen Axe gebrochen werden kann, muss α für Luft kleiner als $37^\circ 5'$ sein. Je grösser der Brechungsexponent ist, desto kleiner ist der Werth, welchen α haben kann, damit Θ mit den gegebenen Bedingungen vereinbar ist.

Wenn $1,44 > n_D > 1,55$ ist, so können correspondirende Werthe von α gefunden werden, sodass Θ zwei und nur zwei Werthe haben kann.

Wenn $n_D > 1,55$ ist, so können correspondirende Werthe von α gefunden werden, sodass drei verschiedene Werthe von Θ möglich sind. Einer von diesen Werthen von Θ ist die Incidenz für die Brechung längs der optischen Axe.

Diese Berechnungen gelten für Kalkspath, wo $n_{oD} = 1,6585$ und $n_{eD} = 1,4864$ ist.

Wenn $(1/d)_D = 1,6483$ der Berechnungsexponent des angrenzenden Mediums ist, so ist $\eta_e = 1,4864/1,6483$ und $\eta_o = 1,6585/1,6483$, und wenn $\alpha = 83^\circ 30'$ ist, so ist $\Theta' = 88^\circ 10'$, $\Theta'' = 12^\circ 13'$ und $\Theta''' = -(88^\circ 38' 40'')$, wo Θ''' den Werth für die Brechung längs der optischen Axe darstellt.

Wenn andererseits Θ anstatt α gegeben ist, so ist nur ein Werth für α in jedem Quadranten möglich. Dies ist aus Figur 5 und 6 ersichtlich, da der Durchschnittspunkt, z. B. der Punkt E' der Tangente DE' mit der Projection OE' der brechenden Ebene die Curve $BE'E''$ in diesem Quadranten nur in einem Punkte treffen kann.

Nun ist es ein bekanntes, aus der Symmetrie hervorgehendes Princip in der Optik, dass wir bei Anwendung der Huygens'schen Construction für die Brechung in einer Hauptebene nur die Projectionen der brechenden Ebene und Tangentialebenen zu betrachten nöthig haben, da diese alle der senkrecht auf jener Hauptebene stehen. Dies haben wir schon in der vorhergehenden Darstellung angenommen (s. Fig. 5 und 6).

Da in einaxigen Krystallen die Wellenfläche zu der optischen Axe symmetrisch liegt, so ist die Durchschnittslinie der Tangentialebenen bei R und R' immer senkrecht auf der Ebene, welche die optische Axe und den radius vector ORR' enthält, welche Richtung dieser radius vector auch immer haben mag. Wie oben festgestellt, muss die brechende Ebene die Durchschnittslinie der Tangentialebenen enthalten, damit die gebrochenen Strahlen zusammenfallen können.

Für einaxige Krystalle muss alsdann der einfallende Strahl immer in der auf der brechenden Ebene:

$$x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma = 0$$

senkrecht stehenden Ebene liegen, welche durch die optische Axe geht, damit der ordentliche Strahl mit dem ausserordentlichen zusammenfallen kann.

2. Ueber Reflexion und Refraction in der Nähe des Winkels der totalen Reflexion. — Für die Beobachtungen von geringen Abweichungen in dem Brechungsexponenten einer Substanz können mehrere wichtige Gleichungen abgeleitet werden, welche in vielen Fällen sehr empfindliche Beobachtungsmethoden gestatten.

$$\text{Sei:} \quad \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_i}{v_r} = \frac{1}{\mu}$$

das Sinusgesetz für die reflectirten und gebrochenen Strahlen. Sei $D = r - i$ der Winkel zwischen dem Einfallsstrahl und dem reflectirten oder gebrochenen Strahl. Dann haben wir:

$$(A) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{dD}{d\mu} &= \frac{\partial D}{\partial i} \frac{\partial i}{\partial \mu} + \frac{\partial D}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial \mu} = \frac{1}{\mu} \operatorname{tg} i + \frac{\sin i}{\cos r} \\ \therefore \left(\frac{dD}{d\mu} \right)_{i \text{ oder } r = 90^\circ} &= \infty. \end{aligned} \right.$$

Als zweite Gleichung:

$$(B) \quad \frac{dD}{di} = \frac{\partial D}{\partial \mu} \frac{\partial \mu}{\partial i} + \frac{\partial D}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial i} \therefore \left(\frac{dD}{di} \right)_{\mu = \text{const}} = \frac{\mu \cos i}{\cos r} = \infty,$$

wenn $r = 90^\circ$ und $\mu \neq 1$ ist.

Der Betrag des natürlichen Lichtes, welches gebrochen wird, ist:

$$R = \frac{1}{2} \frac{\sin 2i \sin 2r}{\sin^2(i-r)} \left(1 + \frac{1}{\cos^2(i-r)} \right).$$

Als dritte Gleichung erhalten wir:

$$(C) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{dR}{d\mu} &= \frac{\partial R}{\partial i} \frac{\partial i}{\partial \mu} + \frac{\partial R}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial \mu} = -\frac{\partial R}{\partial i} \frac{\operatorname{tg} i}{\mu} + \frac{\partial R}{\partial r} \frac{\sin i}{\cos r} \\ \therefore \left(\frac{dR}{d\mu} \right)_{i = \text{const}} &= \frac{\partial R}{\partial r} \frac{\sin i}{\cos r} = \infty, \end{aligned} \right.$$

wenn $r = 90^\circ$ und $\mu \neq 1$ ist, da $\partial R / \partial r \neq 0$, wenn i oder $r < 90^\circ$. Ebenso:

$$\left(\frac{dR}{d\mu} \right)_{i = r = 90^\circ} = \infty^2,$$

welches der Maximalwerth ist. μ ist hier = 1.

Für reflectirtes Licht gilt dieselbe Gleichung, da $R = 1 - R'$ ist, wo R' der Betrag des reflectirten Lichtes ist.

Die Gleichung (A) zeigt, dass wenn ein Strahl nach der Reflexion oder Refraction mit der Normalen einen Winkel

nahe an 90° bildet, eine kleine Aenderung von μ eine sehr grosse Aenderung der Abweichung oder des Reflexions- oder Refractionswinkels r hervorruft.

Die Gleichung (B) zeigt, dass wenn i nahe gleich dem Winkel der totalen Reflexion und $\mu \neq 1$ ist, eine sehr geringe Aenderung von i eine grosse Aenderung in der Abweichung oder in dem Winkel r hervorruft.

Die Gleichung (C) zeigt, dass wenn r nahe an 90° liegt, eine geringe Aenderung von μ eine sehr grosse Aenderung des Betrages des reflectirten und gebrochenen Lichtes hervorruft. Wenn $\mu = 1$ ist, so erreicht diese Aenderung ihr Maximum.

Die oben angegebenen Gleichungen liefern genügende Data für verschiedene Methoden zur Beobachtung der Aenderung von μ und i oder r . Wenn eine Oberfläche nicht vollständig eben oder die Substanz nicht vollständig homogen ist, so kann man diese Mängel entdecken, indem man den Einfallswinkel nahe gleich dem Winkel der totalen Reflexion macht, wie die Gleichungen (B), bzw. (A) zeigen. Die Gleichung (A) zeigt auch, dass mit natürlichem Licht ein sehr breites Spectrum für die Brechung nahe dem Winkel der totalen Reflexion erhalten werden kann.

Die Gleichung (C) zeigt, dass bei geeigneter Incidenz die Differenz in dem Betrage des reflectirten und gebrochenen Lichtes von verschiedener Wellenlänge sehr gross werden kann. Hieraus ist erklärlich, warum gewisse Krystalle von durchgelassenem und reflectirtem Licht bei gewissen Einfallswinkeln sehr lebhaft gefärbt werden. Viele dieser Krystalle sind aus kleineren Krystallen zusammengesetzt, deren Axen in verschiedenen Richtungen liegen und die nothwendigen Bedingungen der Gleichung (C) erfüllen, sodass μ nahe = 1 und r nahe = 90° ist.

II. Theil. Versuche über die Faraday'sche Wirkung.

1. Versuche mit dem Jamin'schen Interferenz-refractor. — Wie in der Einleitung gesagt wurde, ist die Drehung der Polarisationssebene in magnetischen Substanzen einer Aenderung in dem Brechungsexponenten der Substanz

zugeschrieben worden, wenn dieselbe sich unter dem Einflusse der magnetischen Spannung befindet. Es wird vermuthet, dass diese Aenderung nur die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der circular polarisirten Strahlen ändert, ebenso wie beim Quarz. Genügend feine Versuche müssen eine solche Aenderung zeigen.

Zuerst wurde ein Jamin'scher Interferenzrefractor benutzt, um eine Verschiebung der Interferenzfransen zu entdecken. In Fig. 5 seien AB und $A'B'$ die dicken Platten des Refractors, die Ebene der Figur sei die Ebene der beiden interferirenden Strahlen. Zwei Prismen, Fig. 7 und 7_a, von Faraday'schem Glas wurden, das eine in F auf dem Wege eines der Strahlen und zwischen den durchbohrten Polen eines Electromagnets M , das andere in F' entweder in dem Ende des Electromagnets oder ausserhalb seines Einflusses aufgestellt. Diese Prismen waren die beiden Hälften eines Glascylinders von 8 mm Länge und 20 mm Durchmesser, der durch einen Axenschnitt in zwei Theile getheilt worden war. Sie waren verbunden und ihre Enden sorgfältig geschliffen worden, damit sie deutliche Fransen gäben.¹⁾ Jede Aenderung der Phase oder der Geschwindigkeit eines circular polarisirten Strahls, z. B. in F , musste eine Verschiebung der Fransen bei C hervorrufen.

Es wurde das Licht einer Natriumflamme benutzt; dieses konnte bei O durch ein Nichol'sches Prisma und eine $\frac{1}{4}$ -Wellenlängenplatte circular polarisirt werden. Die einfallenden Strahlen OA wurden durch einen Collimator parallel gemacht. Die Strahlen $B'C$ wurden bei C zu einem Punkte vereinigt und die Breite der Fransen konnte durch ein Mikrometer gemessen werden. Die Stützen des Magnets waren ganz unabhängig von denen des Refractors und des Prismas. Die Entfernung der Pole des Magnets war gewöhnlich gegen 50 mm, und die Enden des Prismas reichten

1) Diese Prismen, ebenso wie alle anderen Stücke, wurden von den Herren Schmidt u. Haensch geliefert. Die Krystallplatten wurden von Hrn. Optiker Eltgens geschliffen. Die Güte der Arbeit dieser Herren geht aus der empfindlichen Natur der angestellten Experimente hervor.

in diese Pole hinein, ohne sie zu berühren. In jedem Falle konnte der Strahl genau circular polarisirt werden durch eine Einstellung des Nicols bei O , nachdem directe Beobachtungen durch die $\frac{1}{4}$ -Wellenlängenplatte und durch ein Nicol, welches auf dem Wege des Strahls BB' angebracht war, gemacht worden waren. Ferner waren Einrichtungen getroffen, durch welche ein linear polarisirter Strahl direct durch F oder F' allein gesandt werden konnte, wobei die einzelnen Drehungen durch ein Jellet'sches Halbschattenprisma beobachtet werden konnten.

Die Wirkungen auf F und F' sind einander entgegengesetzt.

Gemäss der Erklärung von der Drehung der Polarisationsebene muss also die Geschwindigkeit des Strahles in F beschleunigt oder verzögert werden, während die in F' verzögert oder beschleunigt werden müsste. Der Strom, welchen der Electromagnet hervorbrachte, konnte umgekehrt werden, sodass eine doppelte Wirkung erhalten werden konnte. Derselbe hatte eine Stärke von durchschnittlich 48 Ampère und wurde von einer Dynamomaschine erzeugt.

Bei der Schliessung des Stromkreises war die vermuthete Verschiebung deutlich erkennbar. Vor und nach jeder Beobachtung der Verschiebung der Fransen wurde stets die Drehung der Polarisationsebene eines Strahles, der durch F und F' allein ging, beobachtet. Für die Umkehrung des Stromes war die Verschiebung der Fransen $= 0,1355$; die Entfernung zwischen zwei Lichtfransen wurde als Einheit genommen. Die correspondirende Drehung der Polarisationsebene war $49^{\circ}20'$. Wenn die Aufstellung bei O gemacht wurde, sodass der Strahl BB' entgegengesetzt circular polarisirt und die Richtung der Kraftlinien unverändert war, so war die Verschiebung der Fransen bei C gleich, aber in entgegengesetzter Richtung vor sich gehend. Dies zeigt, dass rechts- und linkshändig circular polarisirte Strahlen in demselben Felde in entgegengesetzter Weise beeinflusst werden. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des einen müsste alsdann ebenso sehr beschleunigt werden, als die des anderen verzögert wird.

V
2
61
8
8
5

XUM

Eine Drehung der Polarisationssebene um $49^{\circ}20'$ erfordert infolge davon eine Differenz in der Phase der beiden entgegengesetzten Circularschwingungen von:

$$\frac{49^{\circ}20'}{180^{\circ}}, \text{ oder } \frac{49^{\circ}20'}{360^{\circ}} = 0,137$$

für jede Componente, welcher Werth sich wenig von dem beobachteten Werth 0,1355 unterscheidet.

Es ist offenbar, dass dies Experiment nicht erkennen lässt, ob eine Aenderung in der Fortpflanzungsgeschwindigkeit oder in der Phase vorhanden war. Jede dieser Aenderungen würde die Differenz in der Phase, welche nöthig ist, um die Verschiebung der Fransen zu erklären, hervorbringen. Die Richtung der Verschiebung der Fransen zeigte eine Verzögerung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit für den circular polarisirten Strahl an, dessen Schwingungsrichtung gleich der des Ampère'schen Stromes war. Wenn die Fortpflanzungsgeschwindigkeit constant wäre, so würde eine Beschleunigung der Phase daraus folgen.

Wenn die interferirenden Strahlen nicht circular, sondern elliptisch polarisirt waren, so wurden die Fransen weniger deutlich, wenn die Verschiebung stattfand. Eine solche Wirkung würde hervorgebracht, wenn die Hauptaxe der elliptischen Schwingungen jedes interferirenden Strahls in entgegengesetzten Richtungen gedreht werden, sodass zwei zu einander senkrechte Componenten übrig bleiben, die nicht miteinander interferiren könnten. Wenn ein elliptisch polarisirter Strahl hindurch geschickt werden könnte, ohne in circulare Componenten zerlegt zu werden, würden die Fransen nicht weniger deutlich erscheinen, wenn seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit oder seine Phase geändert würden. Jeder Strahl würde dann zerlegt erscheinen in entgegengesetzte circulare Schwingungen, wie es Fresnel bei dem Quarz fand.

Ogleich dieses Experiment eine eigenthümliche Wirkung eines Strahles zeigt, gibt es nicht an, auf welche Weise diese Wirkung hervorgebracht wird. Ein mehr directes Experiment über die mögliche Aenderung des Brechungsexponenten für einen circular polarisirten Strahl ist erforderlich, um hierüber Klarheit zu gewinnen.

2. Versuche mit einer Krystallplatte. — Vorausgesetzt, dass eine Aenderung des Brechungsexponenten für circular polarisirte Strahlen stattfindet, so zeigt das vorhergehende Experiment, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit allein von der Richtung abhängt, welche eine circulare Schwingung hat, d. h. ob sie rechts- oder linkshändig ist.

Wenn die Schwingungsrichtung eines solchen Strahls auf irgend eine Weise verändert werden könnte an einer gegebenen Oberfläche, so würde seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit, nachdem er diese Oberfläche passiert hat, ebenfalls verändert sein müssen. Diese Betrachtungen ergaben eine Methode zur genauen Beobachtung irgend einer Aenderung in den Brechungsexponenten.

Für Quarz fand Fresnel keine Schwierigkeit, eine Oberfläche zu erhalten, sodass ein gegebener, circular polarisirter Strahl, nachdem er dieselbe getroffen, seine Geschwindigkeit verändert hatte. Quarz dreht die Polarisationssebene nach rechts oder links, je nach seiner Art. Er schnitt zwei Prismen (s. Fig. 8), das eine R von einem rechtsdrehenden, das andere L von einem linksdrehenden Stück Quarz, und verband sie, sodass sie ein Doppelprisma bildeten. Die optische Axe war senkrecht auf den Endflächen, der Einfallstrahl IO trat senkrecht gegen die brechende Ebene ein und ging durch das Doppelprisma parallel zur optischen Axe. Wenn ein gegebener, circular polarisirter Strahl die begrenzende Oberfläche ab trifft, muss er eine verschiedene Geschwindigkeit haben und in der Richtung, z. B. OR , gebrochen werden. Ein entgegengesetzt circular polarisirter Strahl muss in der Richtung OL gebrochen werden. Der mittlere Brechungsexponent der Prismen R und L war derselbe, sodass die Strahlen nahezu parallel in ihrer ursprünglichen Richtung blieben.

Unter den Substanzen, welche der magnetischen Spannung fähig und den Anforderungen des Experiments genügend sind, gibt es keine, welche denselben Brechungsexponenten haben und zugleich die Polarisationssebene in entgegengesetzter Richtung drehen. Es schien weniger schwierig, andere Mittel zu finden, um den Bedingungen des Experiments zu genügen.

Wenn man eine circulare Schwingung an der Oberfläche ab um 180° in ihrer Phase ändern könnte, so würden zwei Prismen derselben Substanz sich genau so verhalten, wie die Combination einer rechts- und linksdrehenden magnetischen Substanz bei der Brechung eines solchen Strahles an der Trennungsfläche ab . Eine solche Aenderung der Phase kann durch eine $\frac{1}{2}$ -Wellenlängenplatte hervorgebracht werden. Um eine genügende Ablenkung zu erhalten (vgl. Gleichungen (A) und (B) p. 586), muss die Oberfläche ab sehr schief gegen den Einfallsstrahl sein, wodurch der Strahl alsdann auch nothwendig sehr schief durch die $\frac{1}{2}$ -Wellenlängenplatte gehen würde. Es schien nicht ohne weiteres möglich, eine solche Platte zu erhalten.

Die Untersuchung über die Nichtspaltung des Strahles zeigt, dass ein circular polarisirter Strahl durch eine doppeltbrechende Krystallplatte, ohne gespalten zu werden, gehen kann, und dass die rechtwinkligen Componenten um einen geeigneten Betrag gegeneinander verzögert werden können. Aus der Symmetrie ist offenbar, dass, wenn ein Strahl durch eine Fläche einer vollkommen planparallelen Platte von doppeltbrechender Substanz, ohne gespalten zu werden, gebrochen ist, er aus der Platte wieder herausgehen wird, ohne gespalten zu werden.

Es wurde dann versucht, eine Krystallplatte unter dem richtigen Winkel zu schneiden und sie in die Lage ab zu bringen (Fig. 8), entweder in einer Flüssigkeitszelle oder zwischen zwei Prismen von Faraday'schem Glas. Aus der Gleichung (C) ersieht man, dass eine sehr kleine Aenderung des Brechungsexponenten zweier Substanzen eine sehr grosse Lichtreflexion an der brechenden Ebene verursachen wird, wenn der Einfallswinkel nahezu gleich dem Winkel der totalen Reflexion ist. Es ist nothwendig, hierbei die Brechungsexponenten einander möglichst gleich zu wählen, um eine genügende Helligkeit zu erhalten, nachdem der Strahl durch das Doppelpisma RL gegangen ist. Ferner werden Unebenheiten in der Trennungsfläche weniger störend, je näher die Brechungsexponenten einander gleich sind, wie die Gleichung (B) zeigt.

Kalkspath wurde sehr geeignet für die Zwecke des Versuchs gefunden. Ein möglichst hoher Brechungsexponent war nöthig, um eine hohe magnetische Wirkung zu erzielen. Für Kalkspath ist:

$$n_{oD} = 1,6585 \quad \text{und} \quad n_{eD} = 1,4864,$$

sodass eine stark brechende Substanz gebraucht werden konnte. Es wurde Glas gewählt, bei dem $n_D = 1,6585$, und demgemäss die Berechnung für die Schnittrichtungen der Krystallplatten ausgeführt. Es wurde ein Einfallswinkel von $88^\circ 10'$ gewählt. Wir haben dann die Data, die zur Bestimmung des Winkels genügen, welchen die brechende Ebene ab mit der optischen Axe bilden muss.

In der Gleichung:

$$\frac{\sin^2 \Theta}{\cos^2 \alpha} = \eta_e^2 + \eta_o^2 + 2\eta_e \eta_o \sqrt{\frac{\eta_o^2 \sin^2 \alpha}{\eta_o^2 \sin^2 \alpha - \sin^2 \Theta}}$$

haben wir:

$$\Theta = 88^\circ 10', \quad \eta = \frac{1,4864}{1,6483} \quad \text{und} \quad \eta_{oD} = \frac{1,6585}{1,6483}.$$

Lösen wir die Gleichung auf, so ergibt sich annähernd $\alpha = 83^\circ 30'$. Wie oben gesagt, kann Θ drei Werthe haben für denselben Werth von α .

Für $\alpha = 83^\circ 30'$, ist $\Theta' = 88^\circ 10'$, $\Theta'' = 12^\circ 13'$ und $\Theta''' = -(88^\circ 38' 40'')$.

An einen Kalkspathkrystall wurde eine kleine Fläche geschliffen, die senkrecht zu der optischen Axe stand, und die gesuchte brechende Ebene auf diese bezogen. Diese Methode zeigte sich höchst bequem für den Optiker und am genauesten. Eine beträchtliche Schwierigkeit machte das Schleifen der durchaus nothwendigen, vollkommen planparallelen Platten. Die gesuchte brechende Ebene schnitt auch die Spaltungsebenen des Krystalls schief, sodass Platten nicht weniger als 7 mm dick geschliffen werden konnten, ohne zu zerbrechen. Wenn man eine grössere Anzahl gleichzeitig schliff, so fanden sich darunter einige genügend planparallel. Für diese Platten hatte α die Werthe $83^\circ 30'$, und $71^\circ 27'$. Die letztere wurde zur Beobachtung von natürlicher Doppelcircularbrechung in Nicotin, wofür $n_D = 1,5244$ ist, bestimmt.

Die anderen waren für die Versuche über die Faraday'sche Wirkung.

Bevor diese Versuche gemacht wurden, wurden Beobachtungen angestellt, um die vorher gesagten Coincidenzen zu beobachten. Zu diesem Zwecke wurde eine Zelle, etwas grösser als die in Fig. 8 dargestellte, mit einer Lösung von Schwefelblumen in Schwefelkohlenstoff gefüllt. Durch Concentration der Lösung konnte der Brechungsexponent auf 1,7 oder noch mehr erhöht werden. Die Platte ab wurde in einer Lösung, deren Brechungsexponent 1,64 war, aufgehängt und konnte um eine Axe senkrecht zu der Ebene der Figur gedreht werden, welche letztere die xx -Ebene darstellt. Bei der Drehung von ab um diese Axe durchlief der Strahl IOI' alle möglichen Incidenzen. Bei der Drehung der Platte aus einer Lage parallel zu IOI' um 180° wurden drei Coincidenzen von den Bildern eines Punktes des Natriumlichtes, welches als Object diente, beobachtet. Wenn die Zelle eine Flüssigkeit enthielt, deren Brechungsexponent zwischen $n_D = 1,44$ und $n_D = 1,55$ lag, konnten nur zwei Coincidenzen des Bildes gesehen werden. Für Luft wurde nur eine Coincidenz beobachtet. Annähernde Messungen von θ und n_D zeigten eine gute Uebereinstimmung mit den berechneten Werthen.

Die hier gegebene Methode liefert eine neue und genaue Prüfung für die Existenz der Fresnel'schen Wellenfläche. Sie scheint auch einer ebenso grossen Genauigkeit und einer ebenso ausgebreiteten Interpretation fähig, wie die vorher angewandten.

Die Platte ab war so eingerichtet, dass sie in ihrer eigenen Ebene gedreht werden konnte. Wenn der gesehene Gegenstand ein schmaler Spalt war, dessen Richtung senkrecht auf der Ebene der Figur war, dann konnte das ordentliche und das ausserordentliche Bild durch passende Drehung der Ebene ab in eine solche Lage gebracht werden, dass beide eine einzige Linie bildeten. Dies fand statt sowohl für die Platten, welche planparallel waren, als für jene, welche nicht planparallel waren. Die Strahlen des einen dieser Bilder konnten auf diese Weise eine Verzögerung der

Geschwindigkeit gegen die des anderen erhalten, und der Theil des Bildes, welcher aus den einander deckenden Theilen bestand, konnte für jede mögliche Abweichung z. B. $I'OR$ beobachtet werden, die von einer Aenderung des Brechungsexponenten herrührte. Diese Einrichtung war für die Experimente über die Faraday'sche Wirkung nicht bequem, und auch der ausserordentliche Strahl für grössere Einfallswinkel sehr geneigt zur Totalreflexion.

Kleinere Platten 7 mm breit und 20–30 mm lang wurden aus den planparallelen Platten geschnitten, sodass die optische Axe in der Richtung ihrer Länge lag. Diese wurden entweder in eine cylindrische Zelle oder zwischen zwei Glasprismen, R und L (Fig. 8), gebracht. Wenn die Glasprismen benutzt wurden, fand Totalreflexion bei O statt. Dies wurde vermieden, wenn man etwas von der Lösung durch Capillarität zwischen die Platte und die Prismen treten liess. Das Doppelpisma war mit zwei graduirten Kreisen, deren Axen senkrecht aufeinander standen, verbunden. Durch richtige Einstellung konnte die Einfallsebene zum Zusammenfallen mit der Hauptebene des Krystalls gebracht werden, was, wie oben gezeigt, nothwendig ist, wenn die gebrochenen Strahlen zusammenfallen sollen. Die Drehung in dieser Ebene würde den richtigen Einfallswinkel ergeben. Man konnte dann Einrichtungen treffen, um eine der Kreisaxen dauernd senkrecht auf diese Ebene zu stellen. Durch Versuche wurde eine genaue Coincidenz des ordentlichen und ausserordentlichen Bildes eines Gegenstandes erhalten, indem das Prisma gedreht wurde, bis die beiden Bilder zusammenfielen. Drehte man dasselbe dann nach einer Richtung weiter, so trennten sich die Bilder sogleich voneinander. Es wurden an dem graduirten Kreise Messungen für gleiche Trennung der Bilder an jener Seite der Coincidenzlage angestellt und das Mittel aus diesen Beobachtungen für die wirkliche Coincidenzlage angesehen.

Es erübrigte noch, das Prisma so einzurichten, dass eine der Schwingungscomponenten eine Verzögerung der Phase um 180° oder eine ungerade Vielfache von 180° erleiden konnte. Da der Strahl durch die Ebene sehr schief ging,

so musste eine sehr kleine Drehung des Prismas die Strecke, welche der Strahl in der Platte durchlief, beträchtlich ändern. Die richtige Einstellung für die nöthige Verzögerung wurde durch Probiren bewirkt. War der Strahl OI , z. B. rechts circular polarisirt, so wurde das Prisma so lange eingestellt, bis der Strahl OI' entgegengesetzt, d. h. links circular polarisirt gefunden war. Eine Aenderung des Einfallswinkels von nur etwa $2' 30''$ genügte, eine Aenderung der Phase um 360° hervorzurufen. Eine viel grössere Aenderung der Incidenz, d. h. eine viel grössere Drehung des Prismas war nöthig, um das ordentliche und das ausserordentliche Bild des benutzten Gegenstandes genau zu trennen.

Letzterer war ein Theil eines schmalen Spaltes, welcher sich auf einem langen Arme befand, dessen Rotationsaxe durch das Centrum O des Prismas ging und einer sehr feinen Bewegung fähig war. Das einfallende Licht wurde durch einen Collimator parallel gemacht. Waren die richtigen Einstellungen gemacht, so konnte der Magnet M so bewegt werden, dass das Prisma in seine durchbohrten Pole gelangte. Der Diameter dieser Durchbohrung betrug 10 mm, während der des Prismas ungefähr 8 mm war, sodass keine Berührung mit dem Magnete möglich war. Sowohl die Glasprismen als auch die Zelle wurden bei den Versuchen benutzt.

Bei der Aenderung des Brechungsexponenten der Lösung konnten verschiedene Einfallswinkel angewendet werden. Es ist schon gezeigt worden, dass eine Aenderung des Brechungsexponenten des begrenzenden Mediums eine Aenderung des Einfallswinkels erfordert, damit das ordentliche und das ausserordentliche Bild zusammenfallen können. Es werden auf diese Weise Einfallswinkel erhalten, welche von 78° bis 88° variirten.

Da jeder Strahl zerlegt zu werden scheint in circulare Schwingungen, so konnte unpolarisirtes Licht benutzt werden, doch wurde sowohl polarisirtes als unpolarisirtes Licht verwendet. Es ist ein kleines und sehr deutliches Bild nöthig, weil die magnetische Wirkung nur klein ist. Ein solches Bild konnte mit den vorhandenen Einrichtungen nicht herge-

stellt werden. Obwohl die Brechungsexponenten des angrenzenden und des doppeltbrechenden Mediums möglichst gleich gemacht wurden, brachten Unvollkommenheiten der Politur und andere Umstände sehr beträchtliche Verwischungen des Bildes hervor, weil die benutzten Einfallswinkel zu gross waren. Ferner konnte das Strahlenbündel nicht genügend schmal gemacht werden, um Interferenzfransen zu vermeiden. Um ein genügend starkes magnetisches Feld zu erhalten, mussten die Magnetpole einander möglichst genähert werden. Alsdann würde ein Theil des Strahls nicht beeinflusst werden, weil ein Theil der brechenden Fläche ab nicht im magnetischen Felde liegen würde. Die Pole waren einander nie näher als 5 mm und gewöhnlich weiter voneinander entfernt.

Die Dynamomaschine wurde mit grosser Geschwindigkeit bewegt und die Beobachtungen meist gemacht, kurz nachdem der Stromkreis geschlossen, der Strom also am stärksten war. Es wurde durchaus kein Unterschied in den Bildern des Spalts bei der Beobachtung durch das Fernrohr und bei geschlossenem Stromkreise bemerkt, ob unpolarisirtes Licht oder irgend eine Art von polarisirtem verwendet wurde. Wenn die Pole des Magnets einander nahe genug waren, sodass nur ein kleiner Theil der Brechungsfläche ab in dem magnetischen Felde sich befindet, so müssten Interferenzfransen hervorgerufen werden. Dieser Theil des Lichtes würde abgelenkt werden, theils in der Richtung OR und theils in der Richtung OL' , während der übrige Theil sich unverändert in der Richtung OL fortpflanzen würde.

Die Wirkung wäre dann dieselbe gewesen, wie die von drei Lichtquellen, von denen zwei, OR und OL' , fast dieselbe Wirkung haben, als wenn sie durch eine enge Oeffnung gegangen wären und dadurch zur Hervorbringung von Interferenzfransen fähig geworden wären. Die Verwischung des Bildes kann genügend gewesen sein, um Interferenzfransen, welche hätten erscheinen können, unsichtbar zu machen. Die Intensität und Breite solcher Fransen würde natürlich variirt haben mit jeder Aenderung der Entfernung zwischen den Polen des Magnets. Wenn die Pole ziemlich weit von

einander abstanden, so konnte keine Verdoppelung des Bildes bemerkt werden. Es zeigte sich also, dass diese letztere Wirkung ausserhalb der Beobachtungsgrenzen liegen musste.

Der Betrag der erwarteten Wirkung wurde direct durch das Fresnel'sche Doppelprisma gemessen. Dieses Prisma wurde an die Stelle des früheren Prismas gesetzt, und die Trennung der beiden Bilder wurde mittelst eines Mikrometers gemessen, welches sich am Fernrohr befand. Das specifische Drehungsvermögen des Quarzes und der Einfallswinkel an der brechenden Fläche waren bekannt.

Die Drehung der Polarisationssebene für das Glas und die benutzten Flüssigkeiten wurde erhalten, indem man die Krystallplatte *ab* entfernte, einen linear polarisirten Strahl durch das Pisma schickte und die Drehung mass, welche hervorgerufen wurde, wenn die Pole des Magnets dieselbe Stellung hatten, wie in den vorhergehenden Versuchen. Es zeigte sich, dass diese Drehung ungefähr 12° betrug. Da man ferner die Entfernung zwischen den Polen kannte, so war die durchschnittliche Drehung für die Einheit der Entfernung damit gegeben. Da man die verschiedenen Einfallswinkel kannte, so konnte ein directer Vergleich mit dem Doppelquarzprisma gemacht und die entsprechende Trennung oder Erweiterung des Bildes durch das Mikrometer bestimmt werden.

Es zeigt sich, dass eine weniger schwierige Einrichtung dieses Versuches befriedigendere Resultate gab. Diese Einrichtung erforderte nicht, dass der ordentliche und ausserordentliche Strahl zusammenfielen. Sie basirt auf der Annahme dass eine lineare Schwingung immer in entgegengesetzt circulare Schwingungen zerlegt wird, welche Annahme in Uebereinstimmung mit den beobachteten Erscheinungen der Verschiebung der Interferenzfransen für elliptisch polarisirtes Licht, wie oben bereits erwähnt, zu sein scheint. Der vorhergehende Versuch machte nicht nothwendigerweise diese Annahme, da zugleich circular polarisirtes Licht benutzt wurde.

Vorausgesetzt, es sei ein circular polarisirter, bei *OI* (Fig. 8) einfallender Strahl gegeben, dann wird seine Geschwin-

digkeit in dem Medium, wenn dieses sich in magnetischer Spannung befindet, von der Schwingungsrichtung abhängen. Wenn nun der Strahl in der Oberfläche der Platte *ab* gebrochen wird, so fallen seine rechtwinkligen Componenten, der ordentliche und der ausserordentliche Strahl nicht zusammen. Jede dieser linearen Componenten wird, wenn sie an der entgegengesetzten Fläche der Platte wieder gebrochen wird, in entgegengesetzte circulare Componenten zerlegt werden, deren Fortpflanzungsgeschwindigkeiten von der Richtung ihrer Schwingungen abhängen werden, d. h. davon, ob sie rechts- oder linkshändig sind. Die Componente, welche in derselben Richtung schwingt, wie der einfallende Strahl *OI*, wird nicht von der ursprünglichen Richtung abweichen. Der Strahl, dessen Schwingungsrichtung der ursprünglichen Richtung entgegengesetzt ist, wird eine andere Fortpflanzungsgeschwindigkeit haben und folglich abgelenkt werden. Der ursprüngliche Strahl *OI* wird immer in seine entgegengesetzt circularen Componenten zerlegt. Der ordentliche und der ausserordentliche Strahl werden jeder drei Strahlen *OR'*, *OI'*, *OL'* hervorrufen. Der Strahl *OI'* ist der, dessen Schwingungsrichtung dieselbe ist, wie die der ursprünglichen circularen Componente. Der Strahl *OL'* ist der, dessen Schwingungsrichtung der der ursprünglichen circularen Componente entgegengesetzt ist, welche rechtshändig angenommen wird. Für die linkshändige Componente des ursprünglichen Strahles ist *OR'* die Richtung, welche die rechtshändige Componente verfolgt, während *OI'* die Richtung ist, welche die linkshändige Componente hat.

Man denke sich das ordentliche und das ausserordentliche Bild in dem Gesichtsfelde weit voneinander getrennt, oder eins derselben ganz herausfallend. Wenn eine Aenderung des Brechungsexponenten für circular polarisirte Strahlen durch die magnetische Spannung hervorgebracht wird, so müssten drei Bilder gesehen werden. Das mittlere Bild *OI'* müsste gerade doppelt so intensiv wie jedes der beiden anderen *OL'* und *OR'* sein.

Der Versuch hatte genau dieselbe Form, wie der vorhergehende, nur dass hier die Schwierigkeit der Einstellung

V
2
61
8
8
5

XUM

des Prismas vermieden wurde, durch welche ein Phasenunterschied von π von der Platte ab hervorgerufen werden sollte, und dass das Prisma in verschiedenen Richtungen aufgestellt werden konnte, sodass es mit OI verschiedene Einfallswinkel ergab. Es musste ganz dieselbe Erscheinung beobachtet werden, wie bei dem vorhergehenden Versuche, da ein Theil der Strahlen der beiden Versuche nicht beeinflusst werden konnte, und ein mittleres Bild immer gesehen werden musste. Des Einfallswinkel wurde ebenso wie die Entfernung der Pole beträchtlich verändert, aber nicht die geringste Wirkung konnte sowohl für polarisirtes, als auch für unpolarisirtes Licht bemerkt werden.

Indem man die obere und die untere Hälfte des Spaltes entgegengesetzt circular polarisirte, erhielt man eine noch empfindlichere Methode. Angenommen, die obere Hälfte des Spaltes sei linkshändig und die untere Hälfte rechtshändig circular polarisirt. Nach dem Durchgang durch die Platte ab (Fig. 8) gibt es einen Theil des Strahles, z. B. von der oberen Hälfte des Spaltes (Fig. 9), welcher entgegengesetzt oder rechtshändig geworden ist, und z. B. nach der Seite von R' von dem ursprünglichen Bilde abweichen wird. Der entsprechende Theil der Strahlen der unteren Hälfte, welche entgegengesetzt circular polarisirt ist, wird dann nach der Seite von L' abweichen.

Bei dieser Einrichtung brauchen die Bilder nicht getrennt zu werden. Die obere Hälfte wird nach R' hin und die untere Hälfte nach L' hin ausgebreitet werden, wie dies durch die punktirten Linien angedeutet ist, oder umgekehrt, wenn der Strom umgekehrt ist. Bei Benutzung sehr starker Vergrößerungen kann jede Brechung in dem Contour des Bildes entdeckt werden. Diese Veränderung wurde bei den beiden vorhergehenden Versuchen ohne Erfolg angewandt. In dem Falle, wo Interferenzfransen erscheinen, ist es offenbar, dass sie auf der oberen Hälfte des Bildes stärker auf der Seite von R' und auf der unteren Hälfte stärker auf der Seite von L' erschienen sein würden, da die anderen Seiten theilweise durch das ursprüngliche Bild bedeckt waren. Wenn man einen breiten Spalt und das Doppel-

quarz
Fig. 8

keit t
dass
seres
Strah
körpe
durch
musst
ponen
den U

Der i
um e
lichen
der K
Nicht
Schw
Verz
offen
werde
lative
Fortp
Strah
die r
musst
gange

I
cular
je na
Mit d
erfüll
fläche
fernu
Dopp
klein
Magr
sirtes

quarzprisma benutzt, so wurde das Bild so beobachtet, wie Fig. 9 zeigt.

Selbst diese Einrichtung vergrösserte die Empfindlichkeit der Versuche nicht genügend, um sicher festzustellen, dass die vermuthete Wirkung nicht eintrete. Ein viel besseres Bild des Spaltes wurde erhalten, wenn man einen Strahlenkegel durch das Doppelprisma gehen liess. Der körperliche Winkel dieses Kegels war klein. Da jeder Strahl durch die Platte *ab* unter einem anderen Winkel ging, so musste die relative Verzögerung der rechtwinkligen Componenten jedes circular polarisirten Strahles einen entsprechenden Unterschied in der Verzögerung der Phase hervorrufen. Der körperliche Winkel des Strahlenkegels war klein genug, um eine Trennung des ordentlichen und des ausserordentlichen Bildes zu verhindern, wenn die Axe des Kegels mit der Richtung in der Krystallplatte zusammenfiel, welche der Nichtspaltungsrichtung des Strahles entspricht. Die circulare Schwingung, deren rechtwinklige Componenten eine relative Verzögerung der Phase um $0, 2\pi, 4\pi$ etc. erhielten, würde offenbar in ihrer Fortpflanzungsrichtung nicht verändert werden, wenn sie durch die Platte ginge. Wenn die relative Verzögerung $0, \pi, 2\pi, 5\pi$ etc. betrug, so hätte die Fortpflanzungsrichtung verändert werden müssen, da der Strahl entgegengesetzt circular polarisirt worden wäre. Wenn die relative Verzögerung nicht $0, \pi, 2\pi, 3\pi$ etc. beträgt, so müsste die Schwingung, nachdem sie durch die Platte gegangen, elliptisch sein.

Diese elliptischen Schwingungen würden demnach in circulare Schwingungen zerlegt und ihre Fortpflanzungsrichtung je nach den Umständen abgelenkt werden müssen oder nicht. Mit dieser Einrichtung waren die Bedingungen des Versuches erfüllt, nämlich die, einen gegebenen Strahl an der Brechungsfläche *ab* entgegengesetzt circular zu polarisiren. Die Entfernung zwischen dem Brennpunkt der Strahlen und dem Doppelprisma konnte nach Belieben vergrössert oder verkleinert werden. Die Entfernung zwischen den Polen des Magnets wurde ebenfalls verändert. Ebenso wurde polarisirtes und unpolarisirtes Licht benutzt. Auch wurde die

obere und untere Hälfte des Spaltes öfters entgegengesetzt circular polarisirt. Dabei konnte nicht die geringste Aenderung in dem Bilde des Spaltes bemerkt werden, wenn der Stromkreis geschlossen wurde. Bei sehr starker Vergrößerung des Spaltbildes konnte keine Brechung in seinem Contour bemerkt werden.

Das Doppelquarzprisma wurde an dieselbe Stelle gesetzt, welche das erwähnte Doppelprisma einnahm, und die relative Abweichung beider Bilder wurde für verschiedene Entfernungen der Brennpunkte der Strahlen gemessen. Dieser Vergleich zeigte, dass der Betrag der Abweichung sich kaum innerhalb der Beobachtungsgrenzen befand.

Das Doppelprisma wurde auch so eingerichtet, dass das ordentliche Bild weit von dem ausserordentlichen Bild getrennt wurde. Es konnte in ihrer Erscheinung keine Aenderung bemerkt werden, wenn der Stromkreis geschlossen wurde.

Bei den vorigen Versuchen wurden die Magnetpole häufig so nahe zusammengebracht, dass ein Strahl, welcher an einer Stelle, die im magnetischen Felde lag, in die Platte eintrat, aus der Platte an einer nicht mehr in dem magnetischen Felde befindlichen Stelle austreten musste. Da die magnetische Spannung des Kalkspathes sehr klein ist, so würde die Wirkung hiervon ungefähr dieselbe sein, wie die der Brechung eines Strahles aus einer magnetischen Substanz in eine nicht magnetische. Die Abweichung jedes Strahles würde dann nur halb so gross sein, wie es der Fall sein würde, wenn die beiden erwähnten Stellen in dem Kraftfelde wären.

Bei den ausgeführten Versuchen waren immer einige Strahlen, welche nicht ein- und austraten an Punkten, die beide im Kraftfelde lagen.

Es ist offenbar, dass, je dünner die Platte *ab* ist, destomehr Strahlen vorhanden sind, welche an Punkten des magnetischen Feldes ein- und austreten. Es war deshalb von Wichtigkeit, eine möglichst dünne Platte zu benutzen. Wie gesagt, konnten die verwendeten Platten nicht dünner als 7 mm hergestellt werden, ohne zu brechen.

Eine Platte, deren Flächen parallel den Spaltungsflächen sein sollten, konnte dagegen viel dünner geschliffen werden. Eine solche Platte konnte auch besser polirt werden. Es wurden verschiedene dieser Platten, einige von 0,3 mm Dicke hergestellt. Wurde eine solche Platte für die vorher gebrauchte Platte substituirt, so erhielt man ein besseres Bild. Dieses Bild jedoch war immer linear polarisirt, da der ausserordentliche Strahl wegen der benutzten grossen Incidenzen total reflectirt wurde.

Wie oben auseinandergesetzt, mussten die ordentlichen Strahlen in der Platte *ab* ein wenig verschiedene Richtungen haben; jeder wurde in entgegengesetzt circulare Componenten von verschiedenen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten zerlegt, wenn er aus der Platte austrat.

Es wurden ganz dieselben Einrichtungen benutzt, wie bei den vorhergehenden Versuchen. Auf das Bild musste offenbar dieselbe Wirkung hervorgebracht werden, wie vorher; jedoch konnten jetzt die Magnetpole einander mehr genähert werden. Auch hierbei war keine Wirkung wahrzunehmen, wenn der Stromkreis geschlossen wurde.

3. Versuch mit einem einzelnen Prisma.

Eine der hauptsächlichsten Schwierigkeiten in den vorherigen Versuchen bestand darin, einen genügend grossen Theil der Fläche in das magnetische Feld zu bringen. Dies erforderte eine weite Trennung der Magnetpole, wodurch die Intensität des Feldes entsprechend reducirt wurde.

Die Gleichung:

$$\frac{dD}{d\mu} = \frac{\partial D}{\partial i} \frac{\partial i}{\partial \mu} + \frac{\partial D}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial \mu} = \frac{1}{\mu} \operatorname{tg} i + \frac{\sin i}{\cos r}$$

führt zu einem Versuch, zu dem keine doppeltbrechende Platte erforderlich ist. Bei diesem wählt man *i* constant, sodass:

$$\frac{dD}{d\mu} = \frac{\sin i}{\cos r} \text{ wird, wo } \frac{dD}{d\mu} = \infty \text{ ist für } r = 90^\circ.$$

In Fig. 10 sei die brechende Kante des Prismas *abc* senkrecht zu der Ebene der Figur, *M* und *M'* seien die Durchschnitte der magnetischen Pole mit der Ebene der

Zeichnung, und $I_1 O_1 I_1'$ je ein einfallender und gebrochener Strahl.

Man sieht zugleich, je kleiner der Winkel abc ist, desto grösser ist die Fläche $O_1 O_2$, welche in dem magnetischen Felde Platz findet für eine gegebene Entfernung der Pole. Die Grösse dieser Fläche ist proportional dem Cosinus des Winkels abc . Wir haben alsdann eine brechende Fläche ab , für die eine geringe Aenderung von μ eine grosse Aenderung von D hervorbringen wird, da r nahe $= 90^\circ$ gemacht werden kann.

Es wurden Prismen von Faraday'schem Glas benutzt, für das $n_D = 1,72$ und $n_D = 1,76$ ist. Wir haben alsdann $\mu = 1,72$ und $\mu = 1,76$, da Luft das an ab grenzende Medium war, r variirte zwischen 80 und 88° , sodass ungefähr $i = 35^\circ 5' \pm 25'$ und $D = 45$ bis 53° ist.

Wenn:

$$R = \frac{1}{2} \frac{\sin 2i \sin 2r}{\sin^2(i+r)} \left(1 + \frac{1}{\cos^2(i-r)} \right)$$

die Quantität des gebrochenen Lichtes ist, so wird annähernd $R = 0,4$ für $r = 85^\circ$. Da die Breite eines Gegenstandes, welcher zur Beobachtung brauchbar ist, endlich ist, so muss i ein wenig variiren. In diesem Falle wurde ein schmaler Spalt benutzt.

Es ist oben gefunden, dass:

$$\left(\frac{dD}{di} \right)_{\mu=\text{const}} = \frac{\mu \cos i}{\cos r}$$

ist; demnach wird in diesem Falle:

$$\left(\frac{dD}{di} \right)_{\mu=1,76} = \left(\frac{dr}{di} \right)_{\mu=1,76} = \frac{1,76 \cos(35^\circ 30')}{\cos 85^\circ} = 17$$

näherungsweise. Folglich würde das Bild nach der Brechung in der Fläche ab ungefähr 17mal verbreitert werden. Seine Intensität würde dann nahe $0,4/17 = 0,02$ sein.

Dies zeigt auch, dass geringe Unregelmässigkeiten an der Oberfläche ab sehr merklich werden würden. Wie oben gesagt ist, wird der Betrag des reflectirten Lichtes desto geringer, und die Unregelmässigkeiten der brechenden Fläche werden desto merklicher, je grösser μ und D ist. Doch scheint der Vortheil, einen grösseren Theil der brechenden Fläche

in das magnetische Feld zu bringen, von grösserer Wichtigkeit.

Das Prisma abc wurde so geschnitten, dass die Einfallsstrahlen $I_1 O_1$, $I_2 O_2$ senkrecht in die Fläche cd eintraten, und es wurde mit einer Axe verbunden, welche parallel zu seiner brechenden Kante war. Die Strahlen kamen von einem genau functionirenden Collimator und waren so parallel als möglich gemacht. Dieser Collimator konnte eine genau messbare Drehung um eine Axe erleiden, die durch die brechende Kante des Prismas abc ging. Um verschiedene Einfallswinkel zu erhalten, wurde dann nur der Collimator gedreht.

Der Pol M war vierkantig durchbohrt, damit die Lichtstrahlen längs der Axe hindurchgehen konnten. Die Form dieser Durchbohrung ist in Fig. 10_a angegeben, wo $bc = 10$ mm und $bb' = 3$ mm ist. Die Richtung bc war senkrecht auf der brechenden Kante der Prismas und der Richtung des Spaltes. Der Pol M war nicht durchlöchert, sodass die Kraft auf das Prisma concentrirt werden konnte. Kein Theil des Apparates wurde von dem Magnet berührt. Da das Bild des Spaltes nach der Brechung bedeutend verbreitert war, so konnte keine Spaltung des Bildes stattfinden. Die beiden Hälften des Spaltes wurden dann entgegengesetzt circular polarisirt und seine Mitte in die Mitte des Gesichtsfeldes gebracht. Wie oben auseinander gesetzt, mussten die beiden Hälften in entgegengesetzten Richtungen verschoben erscheinen. Die Gleichung (C) zeigt auch, dass eine kleine Aenderung der Intensität der oberen und unteren Hälfte des Bildes stattfinden sollte. Verschiedene Vergrößerungen des Beobachtungsfernrohrs wurden angewendet und beide Prismen von Faraday'schem Glas benutzt; dennoch konnte bei Schliessung des Stromkreises keine Aenderung des Spaltbildes wahrgenommen werden. r variirte zwischen 80 und 88° und mehr. Es ist offenbar, dass der Strahl $I_2 O_2$ einer viel grösseren magnetischen Wirkung unterworfen war, als der Strahl $I_1 O_1$. Es ist ferner offenbar, dass jeder dieser Strahlen, wenn linear polarisirt, um denselben Betrag gedreht werden würde, da die Differenz zwischen den electromagne-

tischen Potentialen an der ersten Fläche bc und der zweiten Fläche ab dieselbe war. Die Drehung der Polarisationsebene konnte also gemessen werden. Es wurde ein directer Vergleich mit dem Fresnel'schen Doppelquarzprisma angestellt. Für die in der Mitte von a und b gebrochenen Strahlen war vermuthlich die Wirkung gross genug, um bemerken zu lassen, wenn eine Aenderung in dem Brechungsexponenten für die circular polarisirten Strahlen eingetreten wäre.

Das Bild des Spaltes war indessen so verwischt und unbestimmt nach der Brechung bei so grossen Winkeln, dass viel weniger zufriedenstellende Resultate erhalten wurden, als zu erwarten war. Faraday's Glas oxydirt sich so schnell, dass es schwer war, eine gute brechende Fläche zu erhalten. Der dünne Oxydüberzug rief wahrscheinlich die grösste Verwischung hervor, da die Oeffnung $bc b^1 c^1$ Fig. 10, sich gross genug fand, um die Bildung von Interferenzfransen zu verhindern.

Es scheint möglich, ein viel klareres Bild hervorzu- bringen, indess war es bisher nicht möglich, das Poliren des Prismas und den Versuch selbst zu wiederholen.

Alle hier gegebenen Methoden sind anwendbar für natürlich drehende Substanzen. In der That waren schon Versuche mit den Flüssigkeiten — Nicotin und Santonin — begonnen, als v. Fleischl¹⁾ die Resultate seiner Untersuchungen über denselben Gegenstand veröffentlichte, welche ergeben, dass auch in Flüssigkeiten eine natürliche Doppelbrechung vorhanden ist. Ich hoffe, dass es mir möglich wird, diese Versuche weiter fortzuführen.

Es ist zu erwähnen, dass Righi²⁾ und H. Becquerel³⁾ schon die Verschiebung der Fransen für circular polarisirte Strahlen gemessen haben, wenn interferirende Strahlen durch ein in magnetischer Spannung befindliches Medium gehen.

Bravais⁴⁾ scheint der erste gewesen zu sein, der bemerkt hat, dass ein Strahl nicht nothwendigerweise gespal-

1) v. Fleischl, Wien. Ber. 90. 1884. Wied. Ann. 24. p. 127.

2) Righi, Nuov. Cim. 3. 1878. Beibl. 2. p. 715.

3) H. Becquerel, Compt. rend. 88. p. 334—336. 1879. Beibl. 4. p. 624.

4) Bravais, Compt. rend. 39. 1854.

ten zu werden braucht, wenn er durch ein doppeltbrechendes Medium geht. Er vermuthet jedoch, dass für jede Platte nur ein Fall der Nichtspaltung möglich ist.

Leider wurden mir diese Arbeiten erst gegen Schluss meiner Untersuchungen bekannt.

Es bleibt mir noch übrig, an dieser Stelle meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Geheimrath Prof. Dr. v. Helmholtz für die Ueberlassung der benutzten Apparate, sowie für die Freundlichkeit, mit der er mir mit Rath und That bei der Ausführung der erwähnten Untersuchungen zur Seite stand, meinen aufrichtigen Dank auszusprechen.

VIII. *Die Commutatorstellung bei electrodynamischen Maschinen*¹⁾; von G. Stern.

In den Experimentaluntersuchungen über electrodynamische Maschinen wird meist nur erwähnt, dass bei allen Versuchen die Collectorbürsten auf das Maximum der Stromintensität eingestellt wären, und dass diese Einstellung durch Probiren erreicht sei; auch die bisher aufgestellten Theorien befassen sich nicht mit den Aenderungen, die in der Wirkungsweise der Maschinen auftreten, wenn dem Commutator eine andere Stellung gegeben wird. Und doch sind diese Aenderungen so bedeutend, dass durch sie schon eine Regulirung des Maschinenstromes bewerkstelligt ist.²⁾

Es ist deshalb im Folgenden versucht, den Einfluss der Commutatorstellung in die Theorie der Maschine hineinzuziehen; zum Schluss sind noch einige Versuche über diesen Gegenstand angestellt.

Die Clausius'sche Abhandlung³⁾ berücksichtigt nur den

1) Aus der Inauguraldissertation des Hrn. Verfassers. Dritter Theil. Göttingen 1885.

2) Hiram S. Maxim, Scient. Amer. 43. p. 260. 1880. Erwähnt in Electrotechn. Zeitschr. 2. p. 33. 1881.

3) Clausius, Wied. Ann. 20. p. 355. 1883.

Fall, dass der die Contactfedern verbindende Durchmesser der Collectorscheibe (die Contactlinie) senkrecht zur Axe der festen Electromagnete (der Pollinie) steht. Meist schliesst aber die Contactlinie einen endlichen Winkel φ mit der Senkrechten zur Pollinie ein.

Ist letzteres der Fall, so bleibt im Clausius'schen Aufsatz bis zur Formel (11) (p. 366) der Form nach alles ungeändert; diese Formel lautet unter Beibehaltung der Clausius'schen Bezeichnungen:

$$Ei = -T - \rho i^2 v,$$

wo E die electromotorische Kraft, i die Stromstärke und v die Tourenzahl bedeutet; T ist die von ponderomotorischen Kräften in der Zeiteinheit geleistete Arbeit und ρ ein Coëfficient, der, von der inducirenden Wirkung des rotirenden Leiters auf sich selbst herrührt. Freilich haben jetzt E sowohl als auch T einen anderen Werth als bei Clausius, denn die Potentialdifferenz $W' - W''^1$) ist von φ abhängig — selbst auf ρ hat eine Aenderung von φ Einfluss —, aber, wie man sich leicht überzeugt, bleibt die erwähnte Relation zwischen E und T dadurch ungeändert. Ich verweise deshalb in Betreff der Herleitung obiger Formel, ebenso wie in Bezug auf die weitere Begründung mancher Punkte in den folgenden Rechnungen auf die citirte Arbeit selbst.

Die Formel für das magnetische Moment der festen Electromagnete bleibt bei einer Verschiebung der Contactlinie auch ungeändert; nämlich, wenn wir mit Clausius an der Frölich'schen Annahme hierüber festhalten, ist (Formel (12) der Clausius'schen Abhandlung):

$$M = \frac{Ai}{1 + \alpha i},$$

wo A und α Constante sind. Die magnetische Wirkung, welche dieses Moment auf den Eisenkern des Pacinotti-Gramme'schen Ringes ausübt, wird ebenfalls nach Grösse und Richtung dieselbe bleiben; das durch sie allein im Eisenkern des Ringes hervorgerufene magnetische Moment wird sein:

$$\frac{CM}{1 + \gamma M},$$

1) Clausius, l. c. Formel (3) u. (10).

wo C und γ Constante sind. — Auch das von der durchströmten Umwicklung des Pacinotti'schen Ringes selbst direct herrührende Moment bleibt der Grösse nach dasselbe, nämlich:

$$\frac{CN}{1 + \gamma N}, \text{ worin } N = Bi,$$

eine Grösse ist, welche zur magnetisirenden Kraft der Umwicklung in derselben Beziehung steht, wie das magnetische Moment M zur magnetisirenden Kraft der festen Electromagnete. Aber da die Richtung der von der Umwicklung ausgehenden Kraft stets mit der Contactlinie zusammenfällt, so steht sie nicht mehr senkrecht zur Axe der festen Electromagnete, wie bei Clausius, sondern schliesst mit der Senkrechten zur Pollinie den Winkel φ ein. (Im Folgenden soll φ stets, von der Senkrechten zur Pollinie ausgehend, im Sinne der Rotation als positiv gezählt werden.) Die Resultirende von M und N ist also nicht mehr $H_0 = \sqrt{M^2 + N^2}$, sondern:

$$H = \sqrt{M^2 + N^2 - 2MN \sin \varphi}.$$

Die Axe des resultirenden Moments hat dieselbe Richtung, wie H ; ist also ω der Winkel zwischen der Resultanten H und der Pollinie, wo:

$$\sin \omega = \frac{N \cos \varphi}{H}; \quad \cos \omega = \frac{M - N \sin \varphi}{H},$$

so bestimmen diese Gleichungen die Richtung des im Eisenkern des Pacinotti'schen Ringes erregten Moments:

$$P = \frac{CH}{1 + \gamma H} = \frac{C\sqrt{M^2 + N^2 - 2MN \sin \varphi}}{1 + \gamma\sqrt{M^2 + N^2 - 2MN \sin \varphi}}.$$

Zur Berechnung der ponderomotorischen Kraft, welche der Magnetismus des Eisenkerns auf seine drehbare Umwicklung ausübt, zerlegt nun Clausius das Moment P in zwei Componenten, P_1 und P_2 , von denen die eine, P_2 , in die Richtung des magnetischen Momentes N der Umwicklung fällt, während die andere, P_1 , senkrecht dazu steht; dazu brauchte Clausius P nur mit $\sin \omega$, resp. $\cos \omega$ zu multipliciren. Wollen wir analog verfahren, so müssen wir statt dessen:

$P_1 = P \cos(\omega - \varphi)$, $P_2 = P \sin(\omega - \varphi)$ bilden; dann hat P_2 die Richtung von N , nämlich die der Contactlinie, und P_1 steht senkrecht dazu. — Nun ist aber nach den Gleichungen für $\sin \omega$ und $\cos \omega$:

$$\sin(\omega - \varphi) = \frac{N - M \sin \varphi}{II}, \quad \cos(\omega - \varphi) = \frac{M \cos \varphi}{II},$$

also ist:

$$P_1 = \frac{CM \cos \varphi}{1 + \gamma II} = \frac{CM \cos \varphi}{1 + \gamma \sqrt{M^2 + N^2 - 2MN \sin \varphi}},$$

$$P_2 = \frac{C(N - M \sin \varphi)}{1 + \gamma II} = \frac{C(N - M \sin \varphi)}{1 + \gamma \sqrt{M^2 + N^2 - 2MN \sin \varphi}}.$$

Dieses sind die Ausdrücke, die den Clausius'schen Formeln (16) entsprechen; freilich ist die dort im Nenner eingeführte Vereinfachung hier unstatthaft, weil hier II , ausser von i , auch von φ abhängt.

Wir berechnen jetzt mit Clausius die Arbeit für den Fall, dass der Eisenkern des Pacinotti'schen Ringes an der Rotation nicht theilnimmt.

Die ponderomotorische Arbeit der festen Electromagnete auf die rotirende Umwicklung ist auch jetzt proportional dem magnetischen Moment M der ersteren und andererseits dem Moment N der Umwicklung. Clausius setzt daher diese Arbeit $-hMNv$ für die Zeiteinheit, wo h eine Constante ist. Soll diese Constante auch in unserem Falle ihren Werth beibehalten und nicht von φ abhängig sein, so müssen wir hier statt N eine andere Grösse einführen. Bei Clausius stehen nämlich die Richtungen von M und N senkrecht zu einander; soll also jetzt, wo N den Winkel φ mit der senkrechten zur Pollinie einschliesst, h seine Bedeutung beibehalten, so müssen wir statt N seine senkrecht zur Pollinie fallende Componente, d. h. $N \cos \varphi$ setzen; die mit der Richtung von M zusammenfallende Componente $N \sin \varphi$ kann ja auch kein wirksames Drehungsmoment ergeben. — Dann ist die zu bestimmende Arbeit der festen Magnete auf die drehbare Umwicklung gleich:

$$\mathfrak{A}_1 = -hMNv \cos \varphi.$$

Die Arbeit \mathfrak{A}_2 , welche der Eisenkern des Pacinotti'schen Ringes mit seinem Magnetismus auf seine Umwicke-

lung ausübt, ist wieder der Grösse N und ferner der Componente P_1 des magnetischen Moments P proportional, welche auf N senkrecht steht; also:

$$\mathfrak{A}_2 = -kNP_1v,$$

wo k ein constanter Factor ist.

Danach ist die ganze von der Maschine in der Zeiteinheit geleistete ponderomotorische Arbeit:

$$T = -hMNv \cos \varphi - kNP_1v.$$

Nach der oben, p. 608, eingeführten Gleichung (11) des Clausius'schen Aufsatzes ist folglich die Arbeit der electromotorischen Kraft:

$$Ei = hMNv \cos \varphi + knP_1v - \rho i^2 v,$$

wo für P_1 der auf p. 610 angegebene Ausdruck zu setzen ist. — Diese Formeln lassen den auf p. 608 angedeuteten Unterschied in den Werthen von E und T gegen die Clausius'schen Werthe erkennen.

Nimmt der Eisenkern des Ringes an der Rotation Theil, so fällt die Arbeit \mathfrak{A}_2 , welche er auf seine Umwicklung übt, fort, da beide Systeme fest miteinander verbunden sind; aber statt dessen tritt die Arbeit \mathfrak{A}_2' , welche die festen Electromagnete auf den rotirenden Kern ausüben, auf. Nach einer von Clausius angestellten Betrachtung¹⁾, die sich unmittelbar auf unseren Fall überträgt, sind diese beiden Arbeitsgrössen gleich, und in der That unterscheiden sie sich der Rechnung nach, wie bei Clausius, so auch hier, nur durch ihre Constanten. Die Arbeit \mathfrak{A}_2' muss nämlich proportional M und der Componente P_2^* des Moments P nach der Senkrechten zur Pollinie sein. Diese Componente ist:

$$P_2^* = \frac{CN \cos \varphi}{1 + \gamma H} \quad \text{und also} \quad \mathfrak{A}_2' = -kMP_2^*v.$$

Um diese Arbeit mit der früher erhaltenen \mathfrak{A}_2 zu vergleichen, führen wir die Werthe von P_2^* und P_1 ein; dann ist:

$$\mathfrak{A}_2 = -kNP_1v = -k \frac{CMN \cos \varphi}{1 + \gamma H} v,$$

$$\mathfrak{A}_2' = -kMP_2^*v = -k \frac{CMN \cos \varphi}{1 + \gamma H} v.$$

1) Clausius, l. c. p. 374 f.

Man braucht also in der That auch hier nur $k = k'$ zu setzen, um die Rechnung mit der oben erwähnten Betrachtung in Uebereinstimmung zu bringen.

Unsere Formeln für Ei und für T , p. 611, sind hier nach bei langsamer Drehung auch für den Fall gültig, dass der Eisenkern des Pacinotti'schen Ringes mit rotirt.

Bei schneller Rotation des Eisenkerns wird infolge der magnetischen Trägheit des Eisens seine magnetische Axe in dem Sinne der Rotation verschoben. Es sei die Grösse dieser Verschiebung gleich εv , wo ε eine kleine Constante bedeutet; dann ist der Winkel, den die magnetische Axe des Eisenkerns im Pacinotti'schen Ringe mit der Pollinie einschliesst, gleich:

$$\omega' = \omega + \varepsilon v.$$

Clausius macht an dieser Stelle noch eine Annahme, die meines Wissens bis jetzt experimentell noch nicht begründet ist, dass nämlich nicht allein die Richtung, sondern auch die Grösse des magnetischen Moments einer zwischen den Polen eines Magnets rotirenden weichen Eisenmasse durch die Rotation beeinflusst würde, welchem Umstande er hier durch die Substitution:

$$P' = P \cos \varepsilon v$$

Rechnung trägt, wo P' das in die veränderte Axenrichtung fallende Moment des rotirenden Eisenkerns ist.¹⁾ Zerlegen wir dieses neue magnetische Moment P' in zwei Componenten, eine, P'_1 , nach der Contactlinie und die andere, P'_2 , senkrecht dazu, so ist:

$$P'_1 = P' \cos (\omega' - \varphi) = P \cos \varepsilon v \cos (\omega - \varphi + \varepsilon v)$$

$$P'_2 = P' \sin (\omega' - \varphi) = P \cos \varepsilon v \sin (\omega - \varphi + \varepsilon v).$$

Hier führt Clausius für $\cos \varepsilon v$ und $\sin \varepsilon v$ wegen der Kleinheit von ε die ersten Glieder ihrer Reihenentwickelungen ein, setzt also $\cos \varepsilon v = 1$ und $\sin \varepsilon v = \varepsilon v$. Dadurch wird die oben eingeführte zweifelhafte Annahme $P' = P \cos \varepsilon v$ doch illusorisch gemacht, und wir haben:

1) Dies Annahme hat übrigens auch bei Clausius auf den späteren Verlauf der Rechnung keinen Einfluss.

$$P_1' = P [\cos (\omega - \varphi) - \varepsilon v \sin (\omega - \varphi)]$$

$$P_2' = P [\sin (\omega - \varphi) + \varepsilon v \cos (\omega - \varphi)].$$

Für P und ω ihre Werthe eingesetzt:

$$P_1' = \frac{C}{1 + \gamma H} [M \cos \varphi - \varepsilon v (N - M \sin \varphi)],$$

$$P_2' = \frac{C}{1 + \gamma H} [N - M \sin \varphi + \varepsilon v M \cos \varphi].$$

Auch die Berücksichtigung der sogenannten Foucault'schen Ströme im Eisenkern des rotirenden Ringes führt hier zu einem von dem Clausius'schen etwas abweichenden Resultat.

Auf dieselbe Weise wie bei Clausius kann man sich auch hier überzeugen, dass die Kräfte, die inducirend auf den Eisenkern des Pacinotti'schen Ringes wirken, dieselben wie die magnetisirenden, also proportional der Grösse H sind, und wie jene den Winkel ω mit der Pollinie einschliessen.

Die im rotirenden Eisenkern inducirten Ströme wirken sowohl durch ihr eigenes Moment, als auch durch ihre magnetisirende Kraft, die den Magnetismus des Eisenkerns beeinflusst.

Ihr eigenes Moment ist proportional der inducirenden Kraft, also auch der Grösse H , und der Geschwindigkeit v ; es ist also durch:

$$\eta v H$$

auszudrücken, wo η eine kleine Constante ist. Das durch ihre magnetisirende Wirkung im Eisenkern des Ringes hervorgerufene magnetische Moment wird in ähnlicher Beziehung zu dem Ausdruck $\eta v H$ stehen, wie das Moment $CN/(1 + \gamma N)$, das die drehbare Umwicklung im Eisenkern erzeugt, zur Grösse N . Es ist das fragliche Moment also gleich:

$$\frac{D \eta v H}{1 + \delta \eta v H},$$

wo die Constanten D und δ den Grössen C und γ analog sind. — Beide Momente haben dieselbe Richtung, nämlich senkrecht zur inducirenden Kraft H . Es schliesst also die Richtung des Gesamtmoments, das die Foucault'schen Ströme im Eisenkern induciren, und dessen Grösse:

$$\eta v \Pi \left(1 + \frac{D}{1 + \delta \eta v \Pi} \right)$$

ist, den Winkel $90^\circ + \omega$ mit der Pollinie ein. — Wollen wir dieses Moment in Componenten zerlegen, deren Richtungen mit der von P_1 , resp. P_2 übereinstimmen, so müssen wir es mit $-\sin(\omega - \varphi)$, resp. mit $\cos(\omega - \varphi)$ multipliciren. Addiren wir die so erhaltenen Componenten zu den Componenten P_1' und P_2' von p. 613, so erhalten wir als Componenten des endgültigen Moments des rotirenden Eisenkerns:

$$P_1'' = P_1' - \eta v \Pi \left(1 + \frac{D}{1 + \delta \eta v \Pi} \right) \sin(\omega - \varphi),$$

$$P_2'' = P_2' - \eta v \Pi \left(1 + \frac{D}{1 + \delta \eta v \Pi} \right) \cos(\omega - \varphi).$$

Setzen wir für P_1' , P_2' und für ω ihre Werthe ein, so ist:

$$P_1'' = \frac{C}{1 + \gamma \Pi} [M \cos \varphi - \varepsilon v (N - M \sin \varphi)] - \eta v (N - M \sin \varphi) \left(1 + \frac{D}{1 + \delta \eta v \Pi} \right),$$

$$P_2'' = \frac{C}{1 + \gamma \Pi} [N - M \sin \varphi + \varepsilon v M \cos \varphi] + \eta v M \cos \varphi \left(1 + \frac{D}{1 + \delta \eta v \Pi} \right),$$

oder:

$$P_1'' = \frac{C}{1 + \gamma \Pi} \left\{ M \cos \varphi v \left(\varepsilon + \frac{D}{C} \cdot \frac{1 + \gamma \Pi}{1 + \delta \eta v \Pi} \eta \right) (N - M \sin \varphi) \right\} - \eta v (N - M \sin \varphi),$$

$$P_2'' = \frac{C}{1 + \gamma \Pi} \left\{ N - M \sin \varphi + v \left(\varepsilon + \frac{D}{C} \cdot \frac{1 + \gamma \Pi}{1 + \delta \eta v \Pi} \eta \right) M \cos \varphi \right\} + \eta v M \cos \varphi.$$

Ersetzen wir den in der That von φ und v abhängenden Ausdruck:

$$\varepsilon + \frac{D}{C} \cdot \frac{1 + \gamma \Pi}{1 + \delta \eta v \Pi} \eta$$

durch eine als constant angenommene Grösse:

$$\varepsilon' = \varepsilon + \frac{D}{C} \cdot \frac{1 + \gamma \Pi}{1 + \delta \eta v \Pi} \eta,$$

so ergibt sich:

$$P_1'' = \frac{C}{1 + \gamma \Pi} [M \cos \varphi - \varepsilon' v (N - M \sin \varphi)] - \eta v (N - M \sin \varphi),$$

$$P_2'' = \frac{C}{1 + \gamma \Pi} [N - M \sin \varphi + \varepsilon' v M \cos \varphi] + \eta v M \cos \varphi.$$

Die beiden letzten Gleichungen entsprechen den Clausius'schen Gleichungen Nr. 26¹⁾; sie stimmen mit diesen

1) Clausius, l. c. p. 382.

auch vollständig überein, nur ist hier stets $M \cos \varphi$ für M , und $N - M \sin \varphi$ anstatt N gesetzt. — Dass unsere Ausdrücke für P_1'' und P_2'' durch diese einfache Substitution aus den Clausius'schen hervorgehen müssen, kann man sich auch durch folgende Ueberlegung klar machen. — Es sind P_1'' und P_2'' die beiden zu einander senkrechten Componenten des magnetischen Moments im Eisenkern des Pacinotti'schen Ringes, von denen P_1'' senkrecht zur Richtung der Contactlinie ist. Bei Clausius fiel deshalb die Richtung von P_1'' mit der Richtung der der Grösse M proportionalen magnetischen Kraft zusammen. Das ist jetzt nicht mehr der Fall; wir müssen also M nach den beiden Richtungen (der Contactlinie und senkrecht dazu) in Componenten zerlegen. Wir erhalten dann in der Richtung von P_1'' die Componente $M \cos \varphi$ und in der Richtung von P_2'' die Componente $-M \sin \varphi$. Die Richtung von N fällt nach wie vor mit der Componente P_2'' zusammen. In der Richtung der Contactlinie ist jetzt also die gesammte magnetisirende Kraft proportional der Grösse:

$$N - M \sin \varphi,$$

und in der dazu senkrechten Richtung der Grösse:

$$M \cos \varphi,$$

während bei Clausius in diesen Richtungen nur Kräfte proportional N , resp. M wirkten. N und M sind also durch die angegebenen Grössen zu ersetzen.

In den Formeln für Ei und T von p. 611 substituiren wir nun für die Componenten von P ihre soeben gefundenen allgemeineren Werthe, wobei zu berücksichtigen, dass in dem Ausdruck für T das Produkt $N P_1''$ durch $M P_2''$ zu ersetzen ist. Der Werth von P_2'' , der Componenten von P'' nach der Senkrechten zur Pollinie, ergibt sich auf analoge Weise wie P_1'' und P_2'' . Es ist:

$$P_2'' = \frac{C}{1 + \gamma H} [N \cos \varphi + \epsilon' v (M - N \sin \varphi)] + \eta v (M - N \sin \varphi).$$

Demnach wird:

$$T = -M N v \cos \varphi \left(h + \frac{k C}{1 + \gamma H} \right) - k M (M - N \sin \varphi) v^2 \left(\eta + \frac{\epsilon' C}{1 + \gamma H} \right),$$

$$Ei = M N v \cos \varphi \left(h + \frac{k C}{1 + \gamma H} \right) - k N (N - M \sin \varphi) v^2 \left(\eta + \frac{\epsilon' C}{1 + \gamma H} \right) - \epsilon'' i^2 v.$$

Hierin ist nach p. 608 und 609:

$$M = \frac{Ai}{1 + ai} \quad \text{und} \quad N = Bi$$

$$\text{und} \quad II = \sqrt{M^2 + N^2 - 2MN \sin \varphi}.$$

Setzt man diese Werthe in die Ausdrücke für T und Ei ein, so gelangt man zu denjenigen Gleichungen, welche an Stelle der von Clausius mit I und II bezeichneten zu setzen sind.

Für grosse Stromstärken werden sich M und N bei einer kleinen Aenderung von i nur wenig ändern; sehen wir von der eintretenden Aenderung ganz ab, so können wir Ei durch einen Ausdruck von folgender Form darstellen:

$$Ei = Av \cos \varphi + Bv \frac{\cos \varphi}{1 + \gamma II} + \mathfrak{A}v^2 \sin \varphi + \mathfrak{B}v^2 \frac{\sin \varphi}{1 + \gamma II} \\ - \mathfrak{C}v^2 \frac{1}{1 + \gamma II} - \varrho vi^2 - \mathfrak{D}v^2.$$

Hier sind $A, B, \mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}$ als Constante zu betrachten, und zwar werden die Werthe der mit deutschen Buchstaben bezeichneten Constanten klein sein gegenüber den Werthen von A und B .

Für kleine Rotationsgeschwindigkeiten wird der Werth von φ , welchem das Maximum von i entspricht, einen kleinen, aber jedenfalls positiven Werth besitzen; für grössere Geschwindigkeiten wird sich die günstigste Stellung der Contactlinie im Sinne der wachsenden φ verschieben.

Zur Bestimmung des dem Maximalwerthe der Stromstärke entsprechenden Winkels φ kann man aber auch den folgenden Weg einschlagen.

Bestimmen wir die Stellung einer einzelnen Abtheilung des Pacinotti'schen Ringes in ihrer kreisförmigen Bahn durch den Winkel φ , welchen ihre Anfangsebene mit der Senkrechten zur Pollinie bildet, so wird die in der Abtheilung inducirte electromotorische Kraft dargestellt durch eine Function:

$$e = f(\varphi),$$

welche jedenfalls die Periode 2π besitzt und für zwei innerhalb dieser Periode liegende Werthe von φ verschwindet. — Bei

symmetrisch gebauten Maschinen, mit denen wir es wohl meist zu thun haben, dürfen wir annehmen, dass in den diametral gegenüberliegenden Punkten des Pacinotti'schen Ringes entgegengesetzt gleiche electromotorische Kräfte herrschen, dass also:

$$f(\varphi) = -f(\pi + \varphi)$$

ist. Diese Voraussetzungen werden übrigens von Isenbeck,¹⁾ der die Function $\epsilon = f(\varphi)$ experimentell untersucht hat, bestätigt.

Von der Selbstinduction der rotirenden Umwicklung des Ringes wollen wir vorerst absehen. — Dann ist die Summe aller electromotorischen Kräfte ϵ während eines halben Umlaufs von einer Contactfeder bis zur anderen gleich der gesammten, in der Maschine erzeugten electromotorischen Kraft E . Ist also φ_0 der Werth von φ , der die Stellung der Contactfedern bestimmt, so ist:

$$E = \int_{\varphi_0}^{\pi + \varphi_0} f(\varphi) d\varphi.$$

Der Werth der Grenze φ_0 , für den E ein Maximum ist, ergibt sich dann aus der Gleichung:

$$\frac{dE}{d\varphi_0} = -f(\varphi_0) + f(\pi + \varphi_0) = 0$$

oder: $f(\varphi_0) = f(\pi + \varphi_0)$.

Diese Gleichung ist mit der obigen Voraussetzung in Betreff der Function $f(\varphi)$ nur dann vereinbar, wenn:

$$f(\varphi_0) = 0$$

ist. Also macht der Werth von φ , der die Function $f(\varphi)$ zu 0 macht, die electromotorische Kraft E zu einem Maximum; d. h. die günstigste Stellung des Commutators ist diejenige, bei welcher die in einer an den Contactfedern befindlichen Leiterabtheilung erregte electromotorische Kraft gleich Null ist.

Dieser Werth von φ , für den $f(\varphi) = 0$ ist, wird aber durch den Durchmesser des Pacinotti'schen Ringes be-

1) Isenbeck, Electrotechn. Zeitschr. 4. p. 364. 1883. — Nach diesen Untersuchungen scheint $f(\varphi)$ einer Sinuscurve zu ähneln. Vgl. p. 601.

stimmt, welcher senkrecht zur Richtung der Resultirenden der inducirenden Momente steht. Um die Maximalstellung des Commutators für eine beliebig bestimmte Stromstärke i zu erhalten, müssen wir also den Werth von φ suchen, für welchen die Resultante der inducirenden Momente senkrecht zu der Contactlinie steht. Zerlegen wir daher jene Momente in je zwei Componenten parallel und senkrecht zu der Contactlinie, so muss die Summe der ersteren gleich Null sein.

Die auf eine Leiterabtheilung wirkenden inducirenden Momente sind nun erstens das von den festen Electromagneten ausgeübte, das proportional M ist und in die Richtung der Pollinie fällt, und zweitens das von dem Eisenkern des Pacinotti'schen Ringes herrührende, welches proportional der auf p. 609 bestimmten Grösse P sein wird; die Richtung des letzteren Moments schliesst mit der Pollinie den Winkel ω , also mit der Contactlinie den Winkel $\omega - \varphi$ ein. Setzt man die Summe der Componenten dieser beiden Momente parallel der Contactlinie gleich Null, so ergibt sich demnach:

$$M \sin \varphi = c P \sin (\omega - \varphi).$$

Hier ist c ein Factor, durch dessen Hinzufügung der Verschiedenheit Rechnung getragen werden soll, welche zwischen der inducirenden Wirkung des den festen Electromagneten angehörenden Momentes M und des dem Pacinotti'schen Ringe angehörenden Momentes P ohne Zweifel besteht.

Führt man für P und $\sin (\omega - \varphi)$ nach p. 609 und 610 ihre Werthe ein und setzt gleichzeitig:

$$c C = C',$$

so ergibt sich zur Bestimmung des Maximal- φ die Gleichung:

$$M (1 + \gamma II) \sin \varphi = C' (N - M \sin \varphi).$$

Da in dieser Gleichung M , N und II von i abhängig sind, so würde dieselbe mit der früher für i aufgestellten zu verbinden sein, um i und φ zu berechnen. Werden M und N als constant betrachtet, so ergibt sich für φ ein positiver Werth, welcher um so kleiner ist, je kleiner N im Vergleich zu M .

Das so zu bestimmende φ würde das Maximum von i

für eine Maschine (ohne Selbstinduction) ergeben, bei der der Eisenkern des Ringes fest, und nur seine Umwicklung allein beweglich ist. Rotirt der Eisenkern mit, so wird die Maximalstellung des Commutators durch die magnetische Trägheit des Eisens wesentlich verändert. Diese magnetische Trägheit bewirkt, wie wir p. 612 gesehen haben, dass bei schneller Rotation die magnetische Axe des Eisenkerns im Pacinotti'schen Ringe, und damit die Richtung von P um einen der Geschwindigkeit v proportionalen kleinen Winkel εv im Sinne der Rotation verschoben wird. — Trägt man diesem Umstande Rechnung, so tritt an Stelle der früheren Gleichung für φ die Gleichung:

$$M \sin \varphi = c P \sin (\omega - \varphi + \varepsilon v) = c P \sin (\omega - \varphi) + \varepsilon v c P \cos (\omega - \varphi)$$

oder:

$$M (1 + \gamma II) \sin \varphi = C' (N - M \sin \varphi) + \varepsilon v C' M \cos \varphi,$$

eine Gleichung, aus welcher sich wiederum eine Vergrößerung des Winkels φ durch die magnetische Trägheit ergibt.

Auch die Induction der Umwicklung des Pacinotti'schen Ringes auf sich selbst (p. 608) hängt von der Commutatorstellung ab. Die electromotorische Kraft dieser Induction setzt Clausius¹⁾ gleich:

$$E_0 = - \rho i v.$$

Sie wird nur dadurch erregt, dass beim Uebergang der durch die Contactfedern in sich geschlossenen Abtheilungen der Umwicklung des Ringes aus dem in sich geschlossenen Zustand in die zweite Hälfte des rotirenden Leitungssystems die in ihnen herrschende Stromstärke geändert wird;²⁾ dabei entsteht erstens eine Induction der Leiterabtheilung auf sich selbst und zweitens eine Induction auf die anderen Abtheilungen.

Die Induction der betreffenden Abtheilung auf sich selbst wird gleich:

$$V_0 \left(i_0 - \frac{i}{2} \right)$$

1) Clausius, l. c. p. 364.

2) Clausius, l. c. p. 362 f.

sein, wo V_0 ihr Selbstpotential und i_0 die Stromstärke ist, die in ihr herrscht, während sie in sich selbst geschlossen ist; $i/2$ ist die Intensität in den anderen Abtheilungen der rotirenden Umwicklung.

Zur Berechnung der Induction auf die übrigen Abtheilungen brauchen wir nur die Wirkung auf diejenige zu bestimmen, die in der Richtung der Rotation der induciren den Leiterabtheilung zunächst liegt; die Wirkungen auf alle anderen vertheilen sich symmetrisch auf beide Hälften des Ringes und heben sich auf, während der in der Rotationsrichtung zunächst gelegenen auf der anderen Seite eine in sich selbst geschlossene Abtheilung gegenüberliegt. — Ist nun V_1 das Potential der betreffenden beiden Abtheilungen aufeinander, so ist die beim Uebergang entwickelte electromotorische Kraft gleich:

$$V_1 \left(i_0 - \frac{i}{2} \right).$$

Die bei dem einmaligen Eintritt einer Leiterabtheilung in den Stromkreis entwickelte electromotorische Kraft ist also gleich:

$$e dt = - (V_0 + V_1) \left(\frac{i}{2} - i_0 \right) = - V \left(\frac{i}{2} - i_0 \right).$$

Diese electromotorische Kraft, deren Dauer auf eine sehr kurze Zeit beschränkt ist, tritt impulsartig auf, so oft eine Abtheilung aus dem in sich geschlossenen Zustande in den Stromkreis eintritt. Wir ersetzen diese impulsartige Wirkung durch eine stetige. — Die Impulse wiederholen sich immer nach Verlauf der Zeit, welche eine Abtheilung nöthig hat, sich um sich selbst zu verschieben. Somit entfällt, wenn $2n$ die Zahl der Leiterabtheilungen ist, auf die Zeit $1/2nv$ ein Impuls von der sehr kleinen Dauer dt und der Grösse:

$$- \frac{V \left(\frac{i}{2} - i_0 \right)}{dt}.$$

Setzen wir an Stelle des Impulses von der Zeitdauer dt einen solchen von der Dauer $1/2nv$, so muss seine Grösse gleich:

$$- 2nv V \left(\frac{i}{2} - i_0 \right)$$

sein. In einer Secunde findet nun $2nv$ mal der Austritt einer Abtheilung aus dem in sich geschlossenen Zustande statt, somit schliessen sich jene fingirten Impulse von der Dauer $1/2nv$ zu einer continuirlichen Wirkung aneinander, deren Betrag für eine Secunde den Werth:

$$(1) \quad E_0 = -2nvV\left(\frac{i}{2} - i_0\right)$$

besitzt. Hierin ist sowohl i_0 als auch i wesentlich von der Commutatorstellung abhängig, und ohne eine genaue Kenntniss dieser Abhängigkeit, die wir p. 616 allgemein durch die Gleichung: $e = f(\varphi)$ ausgedrückt haben, ist auch der Werth von E_0 nicht zu ermitteln.

Zu einer allgemeinen Theorie, welche in jedem Falle der Wirklichkeit angepasst werden kann, gelangt man dadurch, dass man die Function $f(\varphi)$ in eine Fourier'sche Reihe entwickelt.¹⁾

$$f(\varphi) = A_1 \sin(\varphi - a) + A_2 \sin 2(\varphi - a) + A_3 \sin 3(\varphi - a) + \dots + B_1 \cos(\varphi - a) + B_2 \cos 2(\varphi - a) + \dots,$$

in welcher die Grössen a , A und B Functionen der Stromstärke i sein werden.

Den Isenbeck'schen²⁾ Versuchen nach scheint man der Wirklichkeit bei manchen Maschinen schon ziemlich nahe zu kommen, wenn man nur das erste Glied dieser Entwicklung berücksichtigt, also die während der Verschiebung $d\varphi$ inducirte electromotorische Kraft durch den Ausdruck:

$$(2) \quad e dt = p \sin(\varphi - a) d\varphi.^3)$$

darstellt.

Es möge nun die Contactlinie mit der Pollinie den Winkel $(\pi/2) + \varphi_0$ einschliessen; betrachtet werde eine Stellung des Ringes, in welcher der Anfang einer Windungs-

1) Die folgenden Entwicklungen bis p. 625 verdanke ich in ihrer jetzigen Form grösstentheils den gütigen Mittheilungen des Hrn. Prof. Riecke.

2) Isenbeck, *Electrotechn. Zeitschr.* 4. p. 366. 1883.

3) Zu dieser Annahme bin ich zuerst durch die Arbeit von Joubert (*Annales de l'Ecole Norm. Sup.* 10. p. 191. 1881) angeregt, der bei magneto-electrischen Maschinen ähnliche Erscheinungen findet.

abtheilung gerade mit der Contactlinie zusammenfällt. Die Anordnung sei so getroffen, dass unter diesen Umständen die Abtheilung a schon der unteren Ringhälfte angehört; die Abtheilung c bleibe in sich geschlossen, bis eine Verschiebung des Ringes um die Breite einer Abtheilung erfolgt ist.

Während die Abtheilung a in sich geschlossen ist, muss nach dem Ohm'schen Gesetz das Product ihres Widerstandes w in der Stromstärke i_0 gleich der Summe sämtlicher in der Abtheilung herrschenden electromotorischen Kräfte sein, also gleich der von aussen inducirten vermindert um die electromotorische Kraft $V_0 (di_0/dt)$ der dabei auftretenden Selbstinduction. Dann hat man zur Bestimmung der in ihr herrschenden Stromstärke:

$$(3) \quad w i_0 + V_0 \frac{di_0}{dt} = p \sin \left(\varphi_0 - \frac{\pi}{n} - a \right).$$

Die Integration dieser Gleichung ergibt, wenn $d\varphi/dt = 2\pi v$ ist:

$$i_0 = \frac{p}{w} \sin \left(\varphi_0 - \frac{\pi}{n} - a \right) 2\pi v + C e^{-\frac{wt}{V_0}}.$$

Zur Bestimmung der Integrationsconstanten C wenden wir die Gleichung auf den Anfangszustand zur Zeit t_0 an, in welchem die Abtheilung in den sich geschlossenen Zustand eintritt; in diesem Moment ist die Stromstärke noch gleich der in einer Ringhälfte herrschenden, d. h. gleich $i/2$. Danach ergibt sich zur Bestimmung von C die Gleichung:

$$\frac{i}{2} = \frac{p}{w} \sin \left(\varphi_0 - \frac{\pi}{n} - a \right) 2\pi v + C e^{-\frac{wt_0}{V_0}}.$$

Die Stromstärke, welche nach Verschiebung um π/n erreicht wird, ist die gesuchte:

$$i_0 = \frac{p}{w} \sin \left(\varphi_0 - \frac{\pi}{n} - a \right) 2\pi v + C e^{-\frac{w}{V_0} \left(t_0 + \frac{1}{2nv} \right)},$$

$$i_0 = \frac{p}{w} \sin \left(\varphi_0 - \frac{\pi}{n} - a \right) 2\pi v + e^{-\frac{w}{V_0} \frac{1}{2nv}} \left\{ \frac{i}{2} - \frac{p}{w} \sin \left(\varphi_0 - \frac{\pi}{n} - a \right) 2\pi v \right\}.$$

Wir setzen $q = w/2nv V_0$; dann ist:

$$(4) \quad i_0 = \frac{p}{w} \sin \left(\varphi_0 - a - \frac{\pi}{n} \right) 2\pi v (1 - e^{-q}) + \frac{i}{2} \cdot e^{-q}.$$

Die Stärke des von der Maschine gelieferten Stromes kann jetzt in folgender Weise bestimmt werden.

Nach Gl. (2) ist die gesammte in der unteren Ringhälfte inducirte Kraft:

$$\sum edt = p \sum \sin(\varphi - a) d\varphi,$$

welche Summe über alle Abtheilungen des Ringes von $\varphi = \varphi_0$ bis $\varphi = \varphi_0 + \pi - (\pi/n)$ zu erstrecken ist. Verwandeln wir diese Summe in ein Integral, indem wir den Werth $\sin(\varphi - a)$ gleichmässig über die Peripherie des Kreises ausbreiten, so ist, da $d\varphi = (\pi/n)$ gesetzt werden kann:

$$\begin{aligned} \sum \sin(\varphi - a) &= \frac{n}{\pi} \int_{\varphi_0}^{\varphi_0 + \frac{n-1}{n}\pi} \sin(\varphi - a) d\varphi \\ &= -\frac{n}{\pi} \left\{ \cos\left(\varphi_0 + \frac{n-1}{n}\pi - a\right) - \cos(\varphi_0 - a) \right\}. \end{aligned}$$

Für ein sehr grosses n wird dieser Ausdruck:

$$\sum \sin(\varphi - a) = \frac{2n}{\pi} \cos(\varphi_0 - a) + \sin(\varphi_0 - a).$$

Die electromotorische Kraft wird somit:

$$\sum edt = \frac{2n}{\pi} p \cos(\varphi_0 - a) d\varphi + p \sin(\varphi_0 - a) d\varphi.$$

Es soll hieraus der Integralwerth der electromotorischen Kraft für eine Secunde bestimmt werden. — Für eine Zeit, die der Verschiebung des Ringes um die Breite einer Abtheilung entspricht, würde die Kraft sein:

$$\sum edt = 2p \cos(\varphi_0 - a) + \frac{\pi}{n} p \sin(\varphi_0 - a).$$

Während einer ganzen Umdrehung des Ringes geht diese Verschiebung $2n$ mal, und also während einer Secunde $2nvp$ mal vor sich; demnach ist die im Laufe einer Secunde in einer Ringhälfte der Maschine inducirte Integralkraft:

$$(5) \quad \sum edt = 4nvp \cos(\varphi_0 - a) + 2vp \sin(\varphi_0 - a).$$

Diese Kraft ist, da die beiden Ringhälften als nebeneinander geschaltet anzusehen sind, gleich der ganzen in der Maschine herrschenden electromotorischen Kraft, vermindert um die

electromotorische Kraft der Selbstinduction. Ist also W der Gesamtwiderstand der Maschine, so ist:

$$(6) \quad Wi = 4npv \cos(\varphi_0 - a) + 2v\pi p \sin(\varphi_0 - a) - 2nvV \left(\frac{i}{2} - i_0 \right).$$

Aus den Gleichungen (4) und (6) in Verbindung mit Gleichung (1) lässt sich nun der Werth sowohl von E_0 als auch von i bestimmen.

Führen wir in Gleichung (6) den Werth von i_0 aus Gleichung (4) ein, so ist:

$$\begin{aligned} (W + nvV)i &= 4npv \cos(\varphi_0 - a) + 2v\pi p \sin(\varphi_0 - a) \\ &+ 2nvV \frac{p}{w} \sin\left(\varphi_0 - a - \frac{\pi}{n}\right) 2\pi v \left(1 - e^{-q}\right) + nvVi e^{-q}. \end{aligned}$$

Also haben wir zur Berechnung von i die Gleichung:

$$(7) \quad \left\{ i \left\{ W + nvV(1 - e^{-q}) \right\} = 2vp \left\{ 2n \cos(\varphi_0 - a) + \pi \sin(\varphi_0 - a) \right\} \right. \\ \left. + 4\pi v^2 V \frac{p}{w} (1 - e^{-q}) \left\{ n \sin(\varphi_0 - a) - \pi \cos(\varphi_0 - a) \right\} \right\}.$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich nach (6) die electromotorische Kraft der Selbstinduction, wenn wir von Wi den Ausdruck:

$$4npv \cos(\varphi_0 - a) + 2v\pi p \sin(\varphi_0 - a)$$

subtrahiren; demnach ist:

$$\begin{aligned} E_0 &= 4\pi v^2 V \frac{p}{w} (1 - e^{-q}) \left\{ n \sin(\varphi_0 - a) - \pi \cos(\varphi_0 - a) \right\} \\ &- nvV (1 - e^{-q}) i. \end{aligned}$$

Hierin für i sein Werth aus Gleichung (7) eingesetzt, ergibt:

$$\begin{aligned} E_0 &= - \frac{nvV(1 - e^{-q})}{W + nvV(1 - e^{-q})} 2vp \left\{ 2n \cos(\varphi_0 - a) + \pi \sin(\varphi_0 - a) \right\} \\ &+ 4\pi v^2 V \frac{p}{w} (1 - e^{-q}) \left\{ n \sin(\varphi_0 - a) - \pi \cos(\varphi_0 - a) \right\} \frac{W}{W + nvV(1 - e^{-q})}. \end{aligned}$$

oder:

$$(8) \quad \left\{ E_0 = \frac{4v^2 V(1 - e^{-q}) p}{\left\{ W + nvV(1 - e^{-q}) \right\} w} \left\{ n\pi \left(W - \frac{w}{2} \right) \sin(\varphi_0 - a) \right. \right. \\ \left. \left. - (\pi^2 W + n^2 w) \cos(\varphi_0 - a) \right\} \right\}.$$

Die Gleichungen (7) und (8) enthalten die vollständige Theorie der Maschine, wenn man berücksichtigt, dass in den-

selben p und a ganz allgemein als Functionen der Stromstärke aufzufassen sind. Für p wird sich, der Annahme von Clausius¹⁾ entsprechend, die Gleichung:

$$p = K \frac{i}{x+i}$$

als möglich erweisen, während a nach den am Schlusse mitgetheilten Versuchen eine lineare Function von i ist. Es ist klar, dass eine Berechnung von i allgemein nicht ausführbar ist.

Die Formel (7) kann indessen jedenfalls noch weiter entwickelt werden für den Fall:

$$\varphi_0 = a.$$

Es ist der Werth von φ , für den die electromotorische Kraft e gleich Null ist, und charakterisirt nach p. 617 die Commutatorstellung, für welche — abgesehen von Selbstinduction und anderen Nebenumständen — die electromotorische Kraft der Maschine ein Maximum wird.

Da a eine Function der Stromstärke ist, so muss dabei berücksichtigt werden, dass auch φ_0 für jede andere Stromstärke eine andere Grösse besitzen wird.

Für $\varphi_0 = a$ folgt aus Gleichung (7):

$$\frac{i}{p} = \frac{4\pi v - 4\pi^2 v^2 \frac{V}{w} (1 - e^{-q})}{W + \pi v V (1 - e^{-q})}.$$

Setzen wir $p = Ki/(x+i)$, so ist:

$$x + i = \frac{4\pi v - 4\pi^2 v^2 \frac{V}{w} (1 - e^{-q})}{K \frac{1 - \pi^2 v V}{W + \pi v V (1 - e^{-q})} - x}.$$

$$i = \frac{4\pi v K}{W} \frac{1 - \pi^2 v V}{1 + \frac{\pi^2 v V}{W} (1 - e^{-q})} - x.$$

Führt man die Division aus, so erhält man unter Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung:

$$(7') \quad i = 4\pi K \frac{v}{W} \left(1 - n V \frac{v}{W} - \frac{\pi^2 V}{nw} v \right) - x.$$

1) Clausius, L. c. p. 367. Formel (12).

Diese Formel ist leicht mit den Erfahrungsthat- sachen in Beziehung zu setzen. Sie bestimmt die Stromstärke für den Fall, dass der Commutator jedesmal auf das Maximum der Intensität eingestellt ist. Im allgemeinen ist an ihr die Abhängigkeit der Stromstärke von dem Quotienten v/W zu sehen, während sie auch deutlich die am anderen Orte¹⁾ aufgestellte Behauptung begründet, dass i nicht allein Function von v/W ist, sondern dass ein grösseres v bei gleichem v/W eine Verminderung von i herbeiführt.

Um die günstigste Commutatorstellung für eine Maschine auf experimentellem Wege zu erhalten, bin ich folgendermassen verfahren:

Durch die Abwechselung der isolirenden und Metallstreifen war die Collectorscheibe der Maschine in 48 nahezu gleiche Theile getheilt, da die Ringumwicklung 24 Abtheilungen hatte. Jeder dieser Theile entspricht einem Winkel von $7,5^\circ$. Durch eine Marke, die ich an der Collectorbürste anbrachte, und eine zweite, mit deren Hülfe ich den Pacinotti'schen Ring in eine feste Stellung zu dem Electromagnet bringen konnte, ermöglichte ich es, den Contacten eine genau zu bestimmende Stellung, und also dem Winkel φ der Contactlinie einen bestimmbaren Werth zu geben; durch die Eintheilung der Collectorscheibe war dieser Winkel bis auf etwa einzelne Grade abzulesen.

Die Maschine wurde dann mit constanter Tourenzahl und constantem Widerstand bei variablem φ in Gang gesetzt, und die auftretende Intensität gemessen. Leider liess es die Construction der Maschine nicht zu, den Winkel φ in sehr weiten Grenzen zu variiren, und so die Abhängigkeit der Intensität von der Commutatorstellung in ihrem ganzen Verlaufe zu studiren. Uebrigens waren es auch sehr langwierige Versuche, denn nur eine sehr grosse Zahl von Beobachtungen liess die kleinen Differenzen in den zu beobachtenden Grössen exact erkennen.

1) Stern, Untersuchungen an einer electrodynamischen Maschine. Inauguraldiss. Göttingen 1883. p. 14.

Die Abhängigkeit der Intensität J von φ ist im Folgenden durch einige beispielsweise herausgegriffene Tabellen gezeigt. Da es nur auf relative Messungen ankommt, so gebe ich die Intensität einfach durch den doppelten Ablenkungswinkel 2α des zu den Untersuchungen angewandten Galvanometers, der proportional der Stromstärke ist.

Es bedeuten in diesen Tabellen die Zahlen der ersten Columne den Winkel φ in Bogengraden, die der zweiten die Tourenzahlen v , die der dritten die aufgetretenen Intensitäten, und die der vierten Columne die durch Interpolation aus einer etwas grösseren und einer kleineren Geschwindigkeit auf einen Mittelwerth von v reducirten Ablenkungen, die der Intensität proportional sind. — Der Nullwerth von φ war durch Schätzung bestimmt worden; negative Werthe konnten nicht zur Beobachtung kommen.

Nr. 2. $v = 671,5$. — $W = 3,07$ S.-E.

φ	v	J (unreducirt)	J (reducirt)
0,00°	668,1	147,7	167,3
3,75	676,6	220,1	211,8
7,50	675,3	231,4	225,2
11,25	672,2	249,5	248,4
15,00	669,2	241,6	245,3
18,75	669,4	248,5	251,8
22,50	672,3	221,3	220,0
26,25	669,0	208,2	212,3
30,00	669,4	177,4	180,8

Nr. 4. $v = 1720,5$. — $W = 7,75$ S.-E.

11,25°	1730,5	797,8	792,6
15,00	1729,2	837,8	833,3
18,75	1726,7	850,8	847,6
22,50	1742,1	849,0 (?)	837,8 (?)
26,25	1708,2	842,5	848,9
30,00	1685,6	823,8	841,9
33,75	1726,2	831,3	828,4
37,50	1716,9	814,0	815,9

Solche Beobachtungsreihen wurden noch mehrere ausgeführt (freilich meist nur in der Nähe des vermuthlichen Maximums), und aus ihnen das Maximum φ_{\max} graphisch interpolirt.

Eine Abhängigkeit des Winkels φ_{\max} vom Widerstand bei gleicher Tourenzahl liess sich nicht genau erkennen;

vorausgesetzt, dass die todten Touren überschritten waren, zeigten die Versuche bei gleichem v und variablem W keine bemerkenswerthen Differenzen. Die folgende Tabelle zeigt deshalb auch nur die Abhängigkeit des Winkels φ_{\max} von v .

bei $v = 495,3$	bei $v = 671,5$	bei $v = 1254,0$	bei $v = 1720,5$
ist $\varphi_{\max} = 15^\circ$	$16,5^\circ$	$19,0^\circ$	$22,5^\circ$

Das Verhalten des Winkels φ_{\max} in Bezug auf v wird hiernach durch eine Gerade gut dargestellt.

Durch diese wenigen Beobachtungen ist selbstverständlich die Untersuchung über den behandelten Gegenstand keineswegs abgeschlossen; die zuletzt mitgetheilten experimentellen Resultate sind nur als das Ergebniss von Vorversuchen zu betrachten, wie sie denn in der That nur als Hilfsbeobachtungen dienen sollten. Vielleicht finde ich später einmal Gelegenheit, mich mit der experimentellen Seite der Untersuchungen dieser Arbeit eingehender zu beschäftigen.

Hildesheim, September 1884.

IX. Ein Beitrag zur Mechanik der Explosionen; von E. Mach und J. Wentzel.

(Aus dem 92. Bde. der Sitzungsber. der kais. Acad. d. Wiss. zu Wien.
II. Abth., vom 16. Juli 1885; mitgetheilt von den Herren Verf.).

(Hierzu Taf. VI Fig. 11–21.)

1. Im Laufe der letzten Jahre wurden im hiesigen Institute bei verschiedenen Gelegenheiten Beobachtungen über Vorkommnisse bei Explosionen gemacht, welche uns zum Theil interessant genug erschienen, um einige besondere Versuche zum Studium dieser Erscheinungen anzustellen.

Es ist bekannt, dass manche Explosivkörper, wie Dynamit, sich durch auffallende Eigenthümlichkeiten auszeichnen. Eine explodirende Dynamitpatrone bringt z. B. eine andere, in einiger Entfernung durch Influenz¹⁾ zur Explosion, ein

¹⁾ Wir haben derartige Influenzversuche mit kleinen Knallsilberpatronen ausgeführt, welche an beiden Enden einer verkorkten Messing-

Verhalten, welches Abel zu seiner wunderlichen Theorie der „synchronen Schwingung“ geführt hat, die Berthelot, wie uns scheint, glücklich bekämpft.¹⁾ Auch die hübschen Versuche von Champion und Pellet, welche Jodstickstoff auf einer Violoncellsaite durch Mittönen²⁾, und Nitroglycerin in dem Brennpunkte eines Hohlspiegels durch explodirendes Nitroxylglycosin in dem conjugirten Brennpunkte eines zweiten, dem ersteren zugewendeten conaxialen Hohlspiegels zur Detonation gebracht haben³⁾, können die Abellsche Theorie nicht stützen. Sie bringen nur die schon bekannte Erregbarkeit der fraglichen Substanzen durch Stoss⁴⁾ in anderer Weise zur Anschauung.

Das Ansfressen und die Nüpfchen, die an den Bruchstücken von Metallplatten sich zeigen, auf welchen Röhre angebracht waren. Die eine Patrone bringt die andere zur Explosion. Je grösser die erste Patrone, desto länger kann die Röhre sein.

1) Berthelot, Sur la force des matières explosives, 1. p. 123. Paris 1883.

2) Dieser Versuch, welcher nur zeigt, was bei der leichten Explosivität des Jodstickstoffs von vornherein zu erwarten ist, beweist gar nichts für die synchrone Schwingung. Die Schwingungsperioden, von welchen bei der Explosion die Rede sein könnte, sind jedenfalls von ganz anderer Dauer als jene einer Violoncellsaite.

3) Auch dieser Versuch, den ich mit Knallsilber als Erreger in dem einen Brennpunkte und mit Jodstickstoff als erregtem Körper in dem conjugirten Brennpunkte vor vielen Jahren schon als akustischen Collegienversuch angestellt habe, genügt seinem Zwecke ebenfalls nicht. Man kann in dem einen Brennpunkte die von dem anderen Brennpunkte ausgehende heftige Stosselle mit der Hand fühlen und kann optisch (nach der Schlierenmethode) nachweisen, dass diese Welle aus einem Stoss (ohne Periodicität) besteht.

M.

4) Die Explosion des Körpers durch Stoss ist an sich das Merkwürdigste an der Sache, wenn man bedenkt, dass die Arbeit des Stosses die Temperatur der ganzen Masse nur unmerklich erhöhen kann. Man muss also daran denken, dass, wie beim Gebrauch von Stahl und Stein, die ganze Arbeit sich zunächst nur auf einen sehr kleinen Theil der Masse überträgt. Schwingungen spielen hierbei gewiss keine Rolle. Nur wenn ein Körper seinem Explosionspunkte sehr nahe ist, kann er auch durch Töne zur Explosion gebracht werden. — Vor Jahren habe ich gelegentlich einen Siedeverzug durch Erregung eines in die Flüssigkeit eintauchenden Glasstabes zum Tönen aufgehoben.

M.

Dynamit explodirt ist, führt Daubrée auf die Wirkung der sehr dichten und heissen Explosionsgase zurück, und erklärt auf Grund seiner mit Sarrau angestellten Versuche das Vorkommen ganz ähnlicher Gebilde an der Oberfläche von Meteoriten, welche die Luft mit einer Geschwindigkeit von 20—30 km in der Secunde durchschnitten haben.¹⁾

In dem auffallendsten Widerspruche zu unserem mechanischen Instinct steht aber die Thatsache, dass eine frei auf einer Metallplatte liegende Dynamitpatrone durch dieselbe nach unten ein Loch schlägt, oder den unter ihr befindlichen Theil in kleine polyëdrische Stücke zersplittert, während dem Entweichen der Explosionsgase nach oben doch scheinbar kein Hinderniss im Wege steht.

Wir wollen diese letztere Erscheinung näher betrachten und auf ihre Ursache zurückzuführen suchen, wodurch auch die Erklärung der übrigen erwähnten Thatsachen sich von selbst ergeben wird.

2. Wir haben fast alle unsere Versuche mit weissem Knallsilber ausgeführt. Eine Quantität von etwa 5 mg Knallsilber, auf eine horizontal frei in einen Träger geklemmte Visitenkarte zwischen Zuleitungsspitzen aus Stanniol gelegt (Fig. 11) und durch eine kleine Leydener Flasche entzündet, schlägt durch die Karte ein Loch, welches etwa der Basis des Knallsilberhäufchens entspricht.

Ebenso kann man durch eine Glasscheibe, durch dünnes Blech u. s. w. ein Loch schlagen. Eine Wachsplatte wird eingebogen oder durchgeschlagen oder auf der unteren Seite abgesprengt. Eine dickere Holzplatte zeigt unter der Explosionsstelle einen merklichen Eindruck.

Auf den Tisch legen wir Papier und auf dieses 5 mg Knallsilber. Das Papier zeigt unter der Explosionsstelle eine nach oben convexe Blase. Stanniol an die Stelle des Papiers gesetzt, reisst nach oben auf. Die Blase, die in diesen Fällen entsteht, kann als eine Wirkung des Rückstosses angesehen werden, welcher dem heftigen und plötz-

1) Daubrée, Experimentalgeologie. Deutsche Ausgabe. Braunschweig 1880.

lichen Andrücken des Papier- oder Stanniolblattes an den Tisch folgt.¹⁾

Man könnte nun zunächst daran denken, dass die Luft das Entweichen der plötzlich entwickelten Explosionsgase hindere, und dadurch bei dem Vorgange eine Rolle spiele. Allein unter der Glocke der Luftpumpe (bei etwa 2 mm Quecksilberdruck) explodirendes Knallsilber schlägt ein Kartenblatt ebenso durch, wie bei der Explosion in freier Luft. Der sonst sehr kräftige Knall reducirt sich hierbei auf ein leises Anschlagen der Explosionsgase an die Luftpumpenglocke.²⁾

Der Widerstand der Luft hat also mit dieser Erscheinung nichts zu schaffen. Dieselbe tritt aber bei ganz heterogenen heftigen Explosionen auf und ist nicht an das Knallsilber oder Dynamit oder irgend einen anderen Stoff gebunden. Bringt man auf einer Glasplatte Zuleitungstreifen aus Stanniol an, wie in Fig. 11, füllt den Zwischenraum noch durch einen Strich mit Metallpulver aus und taucht die Glasplatte unter Terpentinöl, so genügt, wenn die Tafel hohl liegt, eine Leydenerflaschenentladung durch die Unterbrechungsstelle, um daselbst ein Loch zu schlagen oder die ganze Platte zu zertrümmern. Ein Flaschenfunken, der in der Nähe der Glaswand eines mit Flüssigkeit gefüllten Gefässes in der Flüssigkeit überspringt, schlägt oft ein Loch in die Wand. Die Arbeit des Funkens in unseren Versuchen war gar nicht bedeutend; sie betrug im ganzen etwa 0,2 Kilogrammometer, wobei natürlich ein guter Theil auf den

1) Derartige Rückstosswirkungen kann man auch bei anderen Gelegenheiten beobachten. Ein grosser Wasserständer, in dem eine starke Pulverpatrone electrisch entzündet wurde, erhob sich, unmittelbar nach der Explosion und dem Aufspritzen des Wassers, in die Luft. — Bei einer grossen Knallquecksilberexplosion in Wien (etwa 1856—1858) sollen sämtliche Wandschränke des Laboratoriums nach innen ins Zimmer gestürzt sein.

2) Die Erscheinung ist auch als akustischer Collegienversuch recht hübsch. — Bei dieser Gelegenheit haben wir auch den bekannten Versuch des Schmelzens und langsamen Verdampfens von Schiesspulver im Vacuum wiederholt und die gewöhnlichen Angaben bestätigt gefunden. Zur Erhitzung benutzen wir einen galvanisch glühenden Draht.

Funken in der Luft zu rechnen ist. — Setzt man auf einen gewöhnlichen versilberten und lackirten käuflichen Spiegel die Ausladerspitzen einige Centimeter weit voneinander auf, und führt eine kräftige Batterieentladung durch das Silber, so schlägt dieselbe unter jeder Ausladerspitze ein Loch durch den Spiegel, wie Dvořák beobachtet hat.¹⁾ Dieses Durchschlagen bleibt aus, wenn der Spiegel nur versilbert und nicht lackirt ist, augenscheinlich wegen der geringen Masse des durch die Explosion fortgeschleuderten verdampfen- den Silbers.

3. Der Unterschied der Geschwindigkeit, mit welcher die Explosion in Pulver, frei in der Luft liegender Schiesswolle einerseits, Dynamit oder Knallsilber andererseits fortschreitet, ist sehr auffallend. Die ersteren Körper brennen, wenn auch rasch, doch in einer merklichen Zeit ab, während die Zersetzung der letzteren in einer sehr kurzen Zeit vor sich geht. Streut man auf einen geknickten Bogen Papier in die Knickung Pulver und an mehrere Stellen der Pulverlinie etwas Knallsilber und entzündet das Pulver an einem Ende, so sieht man die Linie rasch abbrennen, hört aber die Explosionen der Knallsilberhäufchen deutlich nacheinander. Die Spuren der Pulverkörner auf dem Papier, Fig. 13, lassen deutlich die Fortpflanzungsrichtung (*AB*) der Explosion erkennen, während von jedem Knallsilberhäufchen von dem Loche, welches dasselbe geschlagen hat, strahlige Spuren nach allen Seiten ausgehen.

4. Alle oben erwähnten eigenthümlichen Erscheinungen hängen wahrscheinlich mit der grossen Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Explosion zusammen, und wir wollen daher diese durch einen einfachen Versuch nachweisen.²⁾

Wir legen Knallsilber auf ein Brettchen, Fig. 13, längs der

1) Dvořák, Wied. Ann. 19. p. 323. 1883.

2) Diesen Versuch habe ich zuerst im Winter 1880 mit Hrn. Dr. G. Pick angestellt und das Resultat schon bei Gelegenheit eines Vortrages in der Société française de Physique de Paris mitgetheilt. Séances de la Société etc. Paris 1881. p. 213.

parallelen Geraden AB und CD möglichst gleichmässig auf, bringen zwischen beide Streifen eine berusste Glasplatte und entzünden das Knallsilber durch eine kleine Leydener Flasche gleichzeitig bei A und C . Es entsteht auf der berusteten Platte ein schief liegender Interferenzstreifen EF , dessen Winkel α mit AB , wenn man sich für die von der Explosionsstrecke ausgehende Schallwelle das Huygens'sche Princip gültig denkt, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Explosion bestimmt. Es ist nämlich $c/v = \sin \alpha$, wobei c die Schallgeschwindigkeit (für die starken Explosionswellen in unserem Fall etwa 400 m), v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Explosion in der Knallsilberlinie bedeutet. Wir erhielten bei unseren Versuchen für v Werthe zwischen 1700 und 2000 (m/sec).¹⁾

Andere ähnliche Versuche, welche zu demselben Resultate geführt haben, wollen wir hier übergehen.

5. Wegen dieser hohen Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Explosion verpufft ein Knallsilberhäufchen von wenigen Millimetern Durchmesser in einer unmessbar kurzen Zeit, und die Explosionsgase nehmen in eben derselben Zeit, noch fast bei derselben Dichte wie der feste Körper, die ganze hohe Geschwindigkeit an, welche ihnen durch die Explosionsarbeit ertheilt wird. Da letztere von der Ordnung der Projectilgeschwindigkeiten ist, so liegt es nahe, anzunehmen, dass die Platte, auf welcher der Explosivkörper liegt, gewissermassen durchgeschossen wird, indem die untere Hälfte der Explosivmasse sich auf die obere Hälfte stützt, und beide nach dem Gegenwirkungsprincip gleiche entgegengesetzte Geschwindigkeiten annehmen.

Wir stellen ein kleines ballistisches Pendel, Fig. 14, aus einem T-förmigen Stückchen Holz mit einer hindurchgesteckten Nadel her, in welches drei Visitenkarten ABC in der angeordneten Weise eingeklemmt sind, von welchen C als Zeiger dient. Wenn wir auf A mit Hülfe von passenden electrischen

1) Berthelot hat für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Explosion in Gasgemengen durch viel complicirtere Methoden Zahlen von derselben Ordnung erhalten.

Zuleitungen 5 mg Knallsilber explodiren lassen, so wird das Blatt *A* durchbohrt, ohne dass das Pendelchen einen merklichen Ausschlag gibt. Um ein gleich grosses Loch durch das Kartenblatt mit Hilfe eines cylindrischen Stiftes durchzudrücken, war eine Belastung desselben mit 20 Kilogramm nöthig. Da nun zum Abreissen der Papiertheile voneinander immer nahezu dieselben Kräfte nöthig sein werden, so kann man ermessen, in wie kurzer Zeit das Durchschlagen bei der Explosion erfolgt, da durch so grosse Kräfte dem Pendel keine merkliche Geschwindigkeit ertheilt wird.¹⁾

6. Wir wünschten, durch den Versuch einen Anhaltspunkt zur Beurtheilung der Geschwindigkeiten zu gewinnen, welche den Theilchen der Explosionsgase durch die Explosionsarbeit ertheilt werden, und haben dies durch folgendes einfache Verfahren erreicht. An das beim vorigen Versuch verwendete Pendelchen werden zwei halbkugelförmige Schalen *AB* aus Messingblech, Fig. 15, mit den Höhlungen nach oben statt der Kartenblätter angebracht. Ueber *A* wird Seidenpapier mit den Stanniolleitungen geklebt und auf die Unterbrechungsstelle (den Mittelpunkt der Halbkugelschale) wird etwa 0,02 g Knallsilber gelegt. Die Laufgewichte *E* und *D* dienen zur Herstellung des Gleichgewichtes und zur Regulirung der Schwingungsdauer. Die Hälfte der von dem Mittelpunkt ausgehenden Explosionswelle trifft die ganze Fläche der Schale, die sie nun nicht mehr durchstossen kann, und ertheilt dem Pendel einen mächtigen Ausschlag.

Nennen wir *Q* die von der Explosionswelle an das Pendel abgegebene Bewegungsquantität, *M* die Masse, *T* die Schwingungsdauer desselben, *a* den Abstand seines Schwerpunktes, *b* den Abstand des Stosspunktes von der Axe, *g* die Schwere-

1) Nennen wir *b* den Abstand der Durchstossstelle von der Axe, *p* die variable Kraft beim Reißen des Papiers, *Θ* das Trägheitsmoment des Pendels, *w* die erlangte Winkelgeschwindigkeit, so ist:

$$\frac{b \int_0^t p \, dt}{\Theta} = w, \text{ oder einfacher } t = \frac{w \Theta}{b P},$$

wenn *t* die Dauer des Reißens und *P* die mittlere hierbei aufgewandte Kraft bedeutet.

beschleunigung und α den Ausschlagswinkel, so besteht die Beziehung $Q = (2/\pi) M(a/b) g T \sin \alpha/2$. Die gesammte Bewegungsquantität mv der Explosionsmasse hängt aber mit Q in folgender Weise zusammen. Die Hälfte von mv befindet sich in der unteren Hälfte der Welle, Fig. 16, welche auf die Schale trifft, und es ergibt sich bei Vergleichung mit Fig. 17 für die verticale Componente:

$$Q = \frac{\frac{1}{2} m v \int_0^{\pi/2} r d\varphi \cdot 2\pi r \sin \varphi \cdot \cos \varphi}{2r^2 \pi} = \frac{1}{2} m v,$$

falls man annimmt, dass die Bewegungsquantität der unteren Wellenhälfte in der Schale verbleibt. Setzt man aber eine Reflexion der Welle ohne Schwächung voraus, so ist $Q = \frac{1}{2} m v$.

Die Geschwindigkeit v liegt also jedenfalls zwischen den Grenzen $4 Q/m$ und $2 Q/m$, wahrscheinlich nahe an dem kleineren Werth.

Diese Grenzen der Geschwindigkeit sind in unserem Falle rund 3500 und 1750 (m/sec.).¹⁾ Die Explosionsarbeit für 1 g Knallsilber in Grammcalthorien ausgedrückt, liegt demnach zwischen 1469 und 367 Calorien, wahrscheinlich nahe der unteren Grenze.²⁾

1) Unsere Versuchsdaten waren: $M = 44,4$ g, $m = 0,02$ g (Knallsilber), $T = 0,47$ sec, $a = 8,2$ cm, $b = 12,8$ cm, α schwankte in aufeinanderfolgenden Versuchen wenig und betrug etwa 24° .

2) Eine directe Bestimmung der Explosionsarbeit des Knallsilbers ist uns nicht bekannt. Die Explosionsarbeit des Knallquecksilbers liegt aber thatsächlich nahe an der hier gefundenen unteren Grenze. — Zwischen der Geschwindigkeit v und der auf die Masseneinheit entfallenden Explosionsarbeit α besteht die Beziehung:

$$m \alpha = \frac{m v^2}{2} \text{ oder } v = \sqrt{2 \alpha}.$$

Will man die Arbeit der Masseneinheit in Calorien ausdrücken, so ist dieselbe:

$$\frac{(v^m)^2}{2 \times 425 \times g^m},$$

welche Zahl natürlich Grammcalthorien bedeutet, wenn man das Gramm als Masseneinheit wählt.

7. Da nach dem eben Angeführten die explodirende Masse jedenfalls in einer sehr kurzen Zeit und noch bei grosser Dichte eine die gewöhnliche Projectilgeschwindigkeit weit übersteigende Geschwindigkeit erhält, so ist die Durchbohrung der anliegenden Platte nicht mehr räthselhaft. Auf dieselbe Weise erklärt sich auch das Zertrümmern und Durchbohren von Glasplatten durch electriche Entladungen in den oben angeführten Versuchen.

8. Das Durchschlagen von Platten durch Knallsilberpatronen erinnert noch an eine andere verwandte Erscheinung.

Wie bekannt, kann man durch eine Glasscheibe mit einem Kugelstutzen ein ziemlich scharf begrenztes rundes Loch durchschliessen, welches die Grösse der Kugel wenig übertrifft. Wir haben diesen Versuch gelegentlich wiederholt und bemerkt, dass die frei aufgehängte Scheibe hierbei kaum merklich bewegt wird. Die Scheibe wird hierbei nicht gesprengt, weil sie sich nicht durchbiegt. Denn bevor die Durchbiegung von der getroffenen Stelle aus sich mit der geringen Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer transversalen Schallwelle merklich ausgebreitet hat, ist die Scheibe bereits durchbrochen. Die von der Kugel geschlagenen Löcher sind stets trichterförmig gegen die von der Kugel zuerst getroffene Seite zu enger, Fig. 18, sodass sich hieraus die Flugrichtung der Kugel nachträglich mit voller Sicherheit bestimmen lässt. Genau dieselbe Eigenthümlichkeit zeigen die durch Knallsilber oder durch den electriche Funken (Dvořák) in Glasscheiben geschlagenen Löcher. Man kann die Trichterform erklären, wenn man bedenkt, dass von der getroffenen Stelle aus eine longitudinale, sich ausbreitende Schallwelle von jedenfalls sehr hoher Fortpflanzungsgeschwindigkeit ausgeht, und dass die letzten Theile vermöge ihrer grossen Excursionsgeschwindigkeit abreißen können, wie die Theile am Ende einer kräftig tönenden Flüssigkeitssäule (Cagniard-Latour, Dvořák) als Tropfen fortfliegen.

9. Hier möchten wir eine andere auffallende Thatsache erwähnen, welche ebenfalls auf dem Verhältniss der Schallgeschwindigkeit zur Projectilgeschwindigkeit beruhen dürfte.

Bei Gelegenheit von Versuchen, welche vor einigen Jahren im hiesigen Institute angestellt wurden, wurde ein cylindrischer Stab aus weichem Holz (von etwa 12 mm Dicke und 60 cm Länge), der als Zielstab diente, in einer Pistole vergessen und mit gegen ein ballistisches Pendel (bestehend aus einem mit Lehm gefüllten Kasten aus weichem Holz) abgeschossen. Der Stab durchdrang, ohne zu brechen oder zu splintern, die 2 cm starke Holzwand¹⁾ und blieb, wie vom Schreiner angepasst, in derselben stecken. Hier hatte der Stab die Holzwand durchbohrt und seine Geschwindigkeit verloren, bevor die zu seiner Durchbiegung nöthige Zeit von einem Viertel der Dauer seiner Transversalschwingung verflossen war. Dass aber das vorausgehende Ende des Stabes nicht zerdrückt erscheint, liegt an der hohen Fortpflanzungsgeschwindigkeit der longitudinalen Schallwelle (etwa 1000 m/sec). Die Geschwindigkeitsverminderung des ersten Stabquerschnittes theilt sich so rasch durch die ganze Stablänge mit, dass die Geschwindigkeit aller Stabtheile fast in gleicher Weise abnimmt, und jene grossen relativen Beschleunigungen, welche zum Zerdrücken nöthig sind, in dem Stab gar nicht auftreten können.

Unserer Erfahrung und unserem mechanischen Instinkt sind nur diejenigen Fälle geläufig, in welchen die Geschwindigkeit der Bewegungen und Deformationen klein ist gegen die Schallgeschwindigkeit. Tritt der umgekehrte Fall ein, so ergeben sich überraschende Erscheinungen, welche unserem Gefühle fern liegen. Dieselben führen aber zu einer neuen Classe von mechanischen Aufgaben und bedürfen auch noch einer analytischen Bearbeitung.²⁾

1) Vor Jahren habe ich Hrn. Ingenieur J. Popper in Wien diese Thatsache mitgetheilt mit der Frage, ob man nicht eine technische Anwendung hiervon machen könnte. Ich erhielt die Antwort, dass der amerikanische Ingenieur Shaw darauf verfallen sei, die Piloten in dem Hafen von New-York einzuschiessen, statt dieselben einzurammen, was mit gutem Vortheil und grosser Präcision auszuführen sei.

2) Wenn wir uns denken, dass ein Stab gedehnt und schliesslich zerrissen wird, wenn wir die Verschiebungen des reisenden und von den Deformationskräften ergriffenen Querschnittes als Abscissen und die Kräfte als Ordinaten auftragen, Fig. 19, so stellt die Quadratur der betreffenden

10. Es wird angeführt, dass man mit sehr rasch rotirenden Papierscheiben sehr karte Körper leicht durchschneiden kann, und Reese¹⁾ in Pittsburg soll mit rotirenden Scheiben aus weichem Eisen mit einer Randgeschwindigkeit von 7620 m in der Minute Stahlbarren schneiden.

Wenn dies richtig ist, worüber wir bisher keine ausreichenden Versuche machen konnten, so liegt es nahe, auch hier an die Wirkung der Projectilgeschwindigkeit des Scheibenrandes 127 (m/sec) und an den Umstand zu denken, dass dieselbe Stelle des geschnittenen Körpers mit immer neuen Stellen der schneidenden combinirt wird.

11. Daubré²⁾ hat die Veränderungen studirt, welche an der Oberfläche der Meteoriten durch die von denselben verdichtete heisse Luft hervorgebracht werden, und Melsens³⁾ hat die Wirkungen genau untersucht, welche die von mit grosser Geschwindigkeit bewegten Projectilen mitgeführten Luftmassen erzeugen. Wir hegten bei Beginn unserer Versuche die Hoffnung, dass es uns gelingen werde, die von Projectilen mitgeführten Luftmassen nach der Schlierenmethode sichtbar zu machen und durch Photographie zu fixiren. Dies ist uns zwar nicht gelungen, wir sind aber nach den Versuchen, die wir gleich anführen werden, überzeugt, dass dies nur an der Kleinheit der Projectile und der geringen Projectilgeschwindigkeit lag, welche wir im Zimmer anwenden konnten. Das Sichtbarmachen dieser Luftmassen scheint uns für ballistische und physikalische Zwecke nicht ohne Interesse, und wir haben die Absicht, hierauf zurückzukommen.

Curve die Arbeit vor, und zwar über ab , a_1b_1 die Dehnungsarbeit, über bc , b_1c_1 die eigentliche Zerreißungsarbeit. Wird nun das Zerreißen so rasch ausgeführt, dass die Dehnung sich nur auf ein sehr kleines Stabstück fortpflanzen kann, so wird die Gesamtarbeit hierdurch verkleinert. Es ist also wohl zu vermuthen, dass die Anwendung sehr hoher Deformationsgeschwindigkeiten wesentliche technische Vortheile bieten kann.

1) Reese, Dingler's polytechn. Journ. 223. p. 545. 1877.

2) Daubré, l. c.

3) Melsens, Ann. de chim. et de phys. (5) 25. p. 389. 1882. — Vgl. auch: Die Messmaschine von Whitworth, Deutsche Ausgabe. Jena, Costenoble 1879. p. 7.

12. Um uns für die eben gestellte, etwas schwierige Aufgabe vorzubereiten, haben wir zwei andere leichtere gelöst. Wir haben mit Hülfe der käuflichen Trockenplatten für Porträtphotographie Pistolenkugeln im Flug und Schallwellen photographirt. Das erstere gelingt sehr leicht. Die Kugel *K* fliegt bei *I*, Fig. 20, zwischen Drähten durch, welche mit Glasröhrchen bedeckt sind, zerschlägt dieselben und löst den Funken einer Batterie *B* aus, der gleichzeitig noch bei *H* überspringt. Das Licht von *H*, welches im dunklen Zimmer die Kugel momentan beleuchtet, was jeden mechanischen Momentanverschluss überflüssig macht, wird durch das Fernrohrobjectiv *F* auf der Oeffnung eines photographischen Apparates von kurzer Brennweite gesammelt, welcher auf *I* eingestellt ist, und von der Kugel, den Electroden bei *I* und dem daselbst ausgelösten Funken ein kleines, vollkommen scharfes Bild entwirft. Aus dem Bilde war zu ersehen, dass der Funke erst bei Berührung der Kugel mit den Electroden ausgelöst wurde, welche letztere auf dem Bilde noch unverändert erschienen.¹⁾

Etwas mehr Umsicht erforderte die Lösung der zweiten Aufgabe. — Die Schallwelle, welche von einem Funken *I* ausgeht, wird, nachdem sie sich zu einer gewissen Grösse entwickelt, von einem später eintretenden Funken *II* beleuchtet, nach der Töpler'schen Schlierenmethode²⁾ sichtbar gemacht und photographirt. Hierzu ist durchaus eine sehr genaue willkürliche Regulirung der Momentanbeleuchtung nothwendig, die wir besonders beschreiben werden. Im übrigen ist die Anordnung des Apparates jener im vorigen Versuch sehr ähnlich, nur befinden sich bei *I* Electrodenkugeln, deren Centrallinie in der Axe des Fernrohrobjectes *F* liegt, und welche den Funken decken. Das Licht des Funkens *II*,

1) Ueber diesen und den folgenden Versuch wurde bereits kurz berichtet im „Anzeiger d. Wiener Academie“ 1884. Nr. 15. Das genaue Zielen, welches bei dem ersten Versuch nöthig ist, wurde durch Hindurchsehen durch den Lauf des befestigten Hinterladens mit Hülfe eines Planspiegels bewerkstelligt.

2) Töpler, Beobachtungen nach einer neuen optischen Methode, Bonn 1884.

der natürlich von einer besonderen Batterie herrührt, wird durch *F* in einem Bilde auf der Oeffnung des photographischen Apparates gesammelt, und dieses genau abgeblendet, sodass nur das durch die Wellenschliere abgelenkte, neben der Blendung vorbeigehende Licht zur lichtempfindlichen Platte gelangt. Mit dieser geringen Lichtmenge kann man natürlich nur ein sehr kleines, mit der Lupe zu betrachtendes Bild erhalten. Die Welle erscheint im Negativ als ein dunkler, die Electroden umgebender Ring mit äusserst feinen Schattirungen. Das Bild ist sehr durchsichtig, sodass es sich zum Copiren nicht eignet, doch fixirt es alle Einzelheiten, welche man beim directen Durchsehen durch den Apparat wahrnehmen kann.

Wir haben bei dieser Gelegenheit noch den Herren Professoren Kick in Prag und Pisko in Wien für einige Literaturnachweise zu danken.

X. Apparat zum Beweise, dass die Electricität sich nur auf der Oberfläche der Leiter ausbreitet;
von K. L. Bauer in Karlsruhe.

Zum Beweise des Satzes, dass die Electricität sich auf der Oberfläche der Leiter ausbreitet, aber nicht ins Innere dringt, hat Coulomb zuerst folgenden Versuch angestellt.

Ein aus hartem Holze bestehender isolirter Cylinder, dessen Durchmesser 4 Zoll betrug, und in welchem sich mehrere Löcher von je 4 Linien Durchmesser und Tiefe befanden, wurde mittelst der Leydener Flasche oder des metallenen Electrophordeckels durch einen oder mehrere electrische Funken geladen. Wenn man ein an einem Schellackstäbchen befestigtes Scheibchen aus Goldpapier irgendwo mit der Oberfläche des electrisirten Cylinders in Berührung und sodann in die Nähe eines empfindlichen Electroskops brachte, gab das letztere sogleich eine Anzeige; dem war aber nicht so, wenn jetzt das entladene Probe-scheibchen in eines der Löcher des Cylinders vorsichtig so

geführt und herausgezogen wurde, dass die Berührung nur mit dem Boden des Loches stattfand, und wenn man hierauf das Scheibchen abermals dem Electroskop näherte.¹⁾

In einer späteren Abhandlung²⁾ beschreibt Coulomb einen zweiten Versuch mit folgenden Worten: Man kann ihn³⁾ durch einen neuen Versuch bestätigen, welcher entscheidend zu sein scheint: Er besteht in Folgendem. Man isolirt einen Leiter und electricisirt denselben; man bildet dann um ihn eine in zwei Theile geschnittene Hülle, welche bei ihrer Vereinigung etwas Zwischenraum zwischen sich und dem Körper lassen. Für den Erfolg des Versuchs ist von geringem Belang, ob die Hülle die gleiche Gestalt wie der Körper hat oder nicht. Wenn man den auf einem Isolir-
stativ stehenden Körper electricisirt und ihn zwischen die beiden Theile der Hülle, welche von zwei idioelectricischen Stäben getragen sind, einschliesst und beide Hüllen entfernt, so wird man mittelst meines kleinen Electrometers mit Seidensuspension⁴⁾ finden, dass alle Electricität des Körpers auf die Hüllen übergegangen ist, und der Körper entweder nichts oder einen nur unmerklichen Theil davon behält.

Der erste Coulomb'sche Versuch beweist, streng genommen, gar nicht den aufgestellten Satz, da ja die Innenwände der Löcher auch zur Oberfläche des Holzkörpers gehören; es wird vielmehr nur gezeigt, dass bei leitenden Flächen mit gewissen Einstülpungen der Grund der Vertiefungen frei von Electricität bleibt. Coulomb scheint dies selbst erkannt zu haben, indem er eine neue Versuchsmethode angab „qui paraît décisive“. Während jedoch die Beschreibung des ersten Versuches an Klarheit und Bestimmtheit nichts zu wünschen übrig lässt, macht die Mit-

1) Coulomb, Mémoires de math. et de phys. pour 1786. p. 72. VII etc. Paris 1788.

2) Coulomb, Mémoires de math. et de phys. pour 1788. p. 620. IV. Paris 1791.

3) Nämlich den oben erwähnten Satz.

4) Electrometer, welche im „Quatrième Mémoire sur l'électricité“ p. 72 beschrieben sind und alle bis dahin gebräuchlichen bedeutend an Empfindlichkeit übertrafen.

theilung des zweiten den Eindruck, als ob es sich nur um einen Gedanken handle, der niemals in bestimmter Weise zur Ausführung gelangt sei. Soviel steht aber fest, dass man den Coulomb'schen Gedanken bis auf unsere Tage stets in der Weise verwirklichte, dass man über eine isolirte und electrisch geladene Metallkugel zwei an isolirenden Griffen gehaltene, halbkugelförmige Metallschalen von etwas grösserem Radius schob, die entstandene Hülle mit der inneren Kugel in Berührung brachte und hierauf wieder zurückzog, um an einem Electroskop zu zeigen, dass die Electricität auf die Umhüllung übergegangen war.

Leider bewährt sich dieser Apparat nicht sonderlich; jeder, der sich einmal wirklich damit beschäftigte, wird es bestätigen. Frick spricht sich darüber folgendermassen aus: „Der Versuch ist aber keiner von jenen, über deren Gelingen man sicher sein kann, wenn auch die Isolirung gut ist, weil man so leicht beim Abnehmen der Kugelschalen an die innere Kugel anstösst.“¹⁾

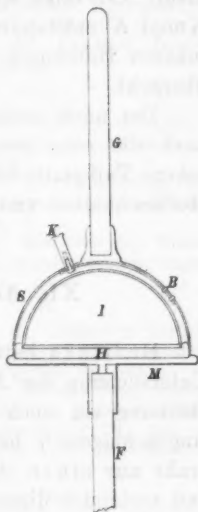
Seit längerer Zeit habe ich mir daher die Aufgabe gestellt, einen neuen Apparat zu construiren, welcher bei ganz leichter Handhabung ein sicheres Resultat gäbe, und daher den oben erwähnten zweckmässig ersetzen könnte. Nach mehrfachen Abänderungen bin ich bei folgender, durchaus befriedigender Einrichtung stehen geblieben.

Ein isolirender Fuss *F* (s. Figur) trägt eine kreisförmige Messingplatte *M*; auf dieser sitzt concentrisch eine etwas kleinere Hartgummiplatte *H*, und auf dieser eine geschlossene, hohle Halbkugel *I* aus Messing, deren Basis auf der Hartgummiplatte einen kreisförmigen Wulst unbedeckt lässt; so ist die gute Isolation der Halbkugel *I* von der Messingplatte *M* gesichert. Der isolirende Griff *G* ist an einer halbkugelförmigen Messingschale *S* befestigt, welche über die Halbkugel *I* und die Hartgummiplatte *H* geschoben werden kann, sodass sie sich auf der Messingplatte *M* aufsetzt. Die Schale *S* bildet alsdann mit der Platte *M* eine geschlossene hohle Halbkugel, welche die gleichfalls geschlossene hohle

1) J. Frick, Physik. Technik, 4. Aufl. p. 425. Braunschweig 1872.

Halbkugel *I* gänzlich einschliesst, aber zunächst völlig von derselben isolirt ist. Nun trägt aber die Messingschale *S* an ihrer Innenfläche eine gebogene Messingfeder, deren Befestigungsstelle bei *B* liegt, und deren anderes Ende mit einem nach aussen hervorstehenden Hartgummiknopf *K* verbunden ist; durch einen Druck auf diesen Knopf lässt sich daher die aus *S* und *M* gebildete äussere Halbkugel mit der inneren Halbkugel *I* leitend verbinden, wogegen beim Nachlassen des Druckes die Feder sofort an die Innenfläche von *S* zurückschnellt, folglich wieder Isolation zwischen beiden Halbkugeln eintritt.

Beim Versuch zu Unterrichtszwecken verfähre ich, wie folgt. Die Schale *S* wird abgehoben und neben den anderen Theil des Apparates auf den Tisch gestellt. Ich peitsche eine an einem Hartgummigriff gehaltene Talkplatte¹⁾ mit einem Fuchsschwanz, und lasse von einer der abgerundeten Ecken des stark electrisch gewordenen Specksteins einen Funken auf den Gipfel der Halbkugel *I* überspringen. Jetzt ergreife ich den Apparat am Fusse *F* und nähere die Halbkugel *I* einer vermittelt eines Leinenfadens an einem leitenden Gestell aufgehängten Holundermarkkugel, welche lebhaft und weithin sichtbar abgelenkt wird, deren Berührung mit der Halbkugel *I* aber verhütet werden muss. Sodann stelle ich den Apparat wieder auf den Tisch, hebe die daneben stehende Messingschale *S* am Griffe *G* empor, schiebe sie über die Halbkugel *I* und die Hartgummiplatte *H*, bis sie auf der Messingplatte *M* aufsitzt. Durch einen Druck auf den Knopf *K* wird die umschliessende Messinghalbkugel für



1) Vgl. die Mittheilung von H. Fritsch in Hoffmann's Zeitschr. f. math. u. naturw. Unterr. 13. p. 354—355. 1882.

ganz kurze Zeit mit der umschlossenen leitend verbunden; nach Unterbrechung des Druckes hebe ich die Schale *S* am Griffe *G* empor und leite sofort die Messingplatte *M* durch Berührung mit der anderen Hand ab. Nähere ich jetzt die Schale *S* der Holundermarkkugel, so wird die letztere stark abgelenkt, aber die Halbkugel *I* besitzt diese Kraft nicht mehr. So zeigt sich, dass bei der durch Druck auf den Knopf *K* entstandenen Berührung die Electricität von der inneren Halbkugel *I* gänzlich auf die umschliessende Hülle übergeht.

Der nach meinen Angaben hergestellte Apparat, sowie auch die sehr praktische, mit einem Hartgummigriff versehene Talkplatte können von der hiesigen Firma C. Sickler, Hofmechaniker und Optiker, bezogen werden.

XI. Nachtrag; von E. Dorn.

Hr. Haga hatte die Güte, mir mitzuthellen, dass er zur Untersuchung der Abkühlung von Drähten durch elastische Dehnung ein noch einfacheres Verfahren als das von mir eingeschlagene¹⁾ benutzt hat. Er schlingt um den Hauptdraht nur einen dünnen Draht aus einem anderen Metall und verbindet diesen und den Hauptdraht mit dem Galvanometer.²⁾

Darmstadt, Nov. 1885.

1) E. Dorn, Wied. Ann. 26. p. 333. 1885.

2) Haga, Wied. Ann. 15. p. 1. 1882.

Berichtigungen.

Bd. XXII. (Schrauf) p. 427 Z. 13 v. u.

lies $R(C) = 0,03756$ statt $R(C) = 0,03256$.

Bd. XXVI. (v. Wroblewski) p. 143 Z. 17 v. o. lies Fig. 2^a statt Fig. 13.

Namenregister zum Jahrgang 1885.

A.

Ångström, K., Diffusion der strahlenden Wärme von ebenen Flächen 26, 253.

Arons, L., Bestimmungen der Verdet'schen Constante in absolutem Maasse 24, 161. — Interferenzstreifen im Spectrum 24, 669. — Verdünnungswärme und Wärmecapacität von Salzlösungen 25, 408.

B.

Balmer, J. J., Spectrallinien des Wasserstoffs 25, 80.

Bauer, K. L., Apparat zum Beweise, dass die Electricität sich nur auf der Oberfläche der Leiter ausbreitet 26, 640.

v. Beetz, W., Galvanische Trockenelemente und deren Anwendung zu electromotorischen und galvanometrischen Messungen 26, 13.

v. Bezold, W., Neue Art von Cohäsionsfiguren 26, 27. — Herstellung des Farbendreiecks durch wahre Farbenmischung 26, 390. — Strömungsfiguren in Flüssigkeiten 24, 569. — 26, 407.

Blümcke, A., Bestimmung der specifischen Wärme des Urans 24, 263. — Abhängigkeit der specifischen Wärme einiger Wasser-Aethylalkoholgemische von der Temperatur 25, 154. — Specifische Wärme stark concentrirter Natronlaugen 25, 417. — Verbesserung der Flüssigkeitsthermostaten 26, 419. — Bestimmung der beim Bunsen'schen Eiscalorimeter geschmolzenen Eismenge 26, 159.

Boltzmann, L., Möglichkeit der Begründung einer kinetischen Gastheorie auf anziehende Kräfte allein 24, 37.

de Brace, W. B., Magnetische Drehung der Polarisations Ebene und einige besondere Fälle der Refraction 26, 576.

Brühl, P., Verzweigte Blitze 26, 334.

Budde, E., Quantität electrischer Elementartheilchen 25, 562. — Theorie der thermoelectrischen Kräfte II 25, 564. — Ableitung electrodynamischer Punktgesetze 25, 567.

Bunsen, R. W., Capillare Gasabsorption 24, 321.

C.

Christiansen, C., Optische Eigenschaften von fein vertheilten Körpern 24, 439.

Chwolson, C., Calibrirung der Stöpselrheostaten von Siemens und Halske 24, 45.

Colley, R., Methoden zur Beobachtung electrischer Schwingungen 26, 432.

D.

Dieterici, C., Zeitlicher Verlauf der electrischen Rückstandsbildung im Paraffin 25, 545.

Dorn, E., Entwicklung beider Electricitäten in gleicher Menge für Pyroelectricität 26, 328. — Einige Vorlesungsversuche 26, 331, 644.

E.

Edlund, E., Uebergangswiderstand in dem galvanischen Lichtbogen 26, 518.

Ehrhardt, O., Bestimmung der specifischen Wärme und der Schmelzwärme bei hohen Temperaturen 24, 215.

Elsas, A., Bemerkungen zu der Abhandlung des Hrn. F. Melde: Akustische Experimentaluntersuchungen 25, 676.

Elster, J., u. H. Geitel, Empfindlicher Duplicator 25, 114. — Electrischer Vorgang in den Gewitterwolken 25, 116. — Electricitätsentwicklung bei Regenbildung 25, 121. — Influenzmaschine einfacher Form 25, 493. — Unipolare Leitung erhitzter Gase 26, 1.

Exner, K., Lichtgeschwindigkeit im Quarze 25, 141.

F.

- Fink, J., Einfluss des Druckes auf den electrischen Leitungswiderstand von Electrolyten 26, 481.
 Fitzgerald, G. F., Electromagnetische Drehung der Polarisations-ebene des Lichtes durch Eisen, Cobalt und Nickel 25, 136.
 v. Fleischl, E., Doppelte Brechung des Lichtes in Flüssigkeiten 24, 127. — Deformation der Lichtwellenflächeimmagnetischen Felde 25, 308.
 Foster, G. C., Veränderte Form der Wheatstone'schen Brücke und Methode zur Messung kleiner Widerstände 26, 289.
 Freyberg, J., Beobachtungen mit der magnetischen Wage von Toeppler 25, 511.

G.

- Geitel, H., s. J. Elster.
 Giltay, J. W., Electrodynameter 25, 325.
 Gockel, A., Beziehungen der Peltier'schen Wärme zum Nutzeffect galvanischer Elemente 24, 618.
 Goldstein, E., Electriche Leitung im Vacuum 24, 79.
 Graetz, L., Grösse der Maxwell'schen Molecularwirbel und Dichtigkeit des Lichtäthers 25, 165. — Wärmeleitungsfähigkeit von Flüssigkeiten 25, 337.
 Gumlich, E., Theorie der Newton'schen Farbenringe im durchgehenden Lichte 26, 337.

H.

- Häbler, Th., Ungenauigkeit in der Theorie des Goldblattelectroskops 25, 680.
 Hankel, W., Berichtigung einer Angabe des Hrn. v. Kolenko in Betreff der thermoelectrischen Vertheilung an Bergkrystallen 26, 150.
 Hausmaninger, V., Theorie des longitudinalen Stosses cylindrischer Körper 25, 189.
 Hempel, W., Hochdruck-Influenz-Electrisirmaschine 25, 487.
 Hertz, H., Dimensionen des magnetischen Pols in verschiedenen Maasssystemen 24, 114.

Himstedt, F., Bestimmung des Ohms 26, 547.

Homén, Th., Electricheer Leitungswiderstand der verdünnten Luft 26, 55.

J.

- Jahn, H., Gültigkeit des Joule'schen Gesetzes für Electrolyte 25, 49. — Von dem electricen Strom bei der Zersetzung von Electrolyten geleistete Arbeit 25, 525.

K.

- Kayser, H., Blitzphotographien 25, 131. — Neuere Thermosäulen 26, 9.
 Ketteler, E., Optische Constanten der magnetischen Medien 24, 119.
 Kirchhoff, G., Formänderung eines festen elastischen Körpers bei magnetischer oder dielectricheer Polarisation 24, 52. — 25, 601.
 Kittler, E., Messung von Stromstärken 24, 593.
 Knoblauch, H., Zwei neue Verfahren, den Polarisationswinkel der Metalle zu finden 24, 258.
 Koch, K. R., Elasticität des Eisens 25, 438.
 König, A., u. F. Richarz, Methode zur Bestimmung der Gravitationsconstante 24, 664.
 König, W., Reibungscoefficienten und Einfluss der Magnetisirung und Electricheerung auf die Reibung der Flüssigkeiten 25, 618.
 Koepsel, A., Constante für die electromagnetische Drehung der Polarisations-ebene des Natriumlichtes in Schwefelkohlenstoff 26, 456.
 Kötschau, G., Flüssigkeitsbewegungen 26, 530.
 Kohlrausch, F., Electricheer Leitungsfähigkeit des im Vacuum destillirten Wassers 24, 48. — Leitungsvormögen einiger Electrolyte in äusserst verdünnter wässriger Lösung 26, 161. — Inconstanz der Dämpfungsfuction eines Galvanometers und ihr Einfluss auf die absolute Widerstandsbestimmung mit dem Erdinductor 26, 424.
 Kreichgauer, D., Bestimmung von Trägheitsmomenten durch Schwingungsversuche 25, 273.

Lamp
leiter
kung
v. Lam
Kraft
26, 1
Lehma
Conta
Electr
24, 1
Kräfte
derun
per 2
Lomm
— 25
Influe
jection
sigkeit
bare
tes de
Phosp
Lorenz
von C
tem c
25, 1
Lumm
neu b
ven 2
Lüdek

Mach,
nik d
Magie
stante
Melde
talunt
Messen
photo
einige
sator
Meyer
terung
Miller,
Spann
die V
Kräfte
Möller
ender
sches
Müller
der W
stimm
spann
selber

L.

- Lamprecht, R., Biegsame Stromleiter unter magnetischer Einwirkung 25, 71.
 v. Lang, V., Electromotorische Kraft des electricen Lichtbogens 26, 145.
 Lehmann, O., Schmelzpunkt in Contact befindlicher Körper und Electrolyse des festen Jodsilbers 24, 1. — Spontane, durchinnere Kräfte hervorgerufene Formänderungen homogener fester Körper 25, 173.
 Lommel, E., Fluorescenz 24, 288. — 25, 643. — Abänderung der Influenzmaschine 25, 678. — Projection der Interferenz der Flüssigkeitswellen 26, 156. — Sichtbare Darstellung des Brennpunktes der ultrarother Strahlen durch Phosphorescenz 26, 157.
 Lorenz, L., Electricer Widerstand von Quecksilbersäulen in absolutem electromagnetischen Maasse 25, 1.
 Lummer, O., Theorie und Gestalt neu beobachteter Interferenzcurven 24, 417.
 Lüdeking, C., s. E. Wiedemann.

M.

- Mach, E., u. J. Wentzel, Mechanik der Explosionen 26, 628.
 Magie, W. F., Capillaritätsconstanten 25, 421.
 Melde, F., Akustische Experimentaluntersuchungen 24, 497.
 Messerschmidt, J. B., Spectralphotometrische Untersuchungen einiger photographischer Sensibilisatoren 25, 655.
 Meyer, O. E., Modelle zur Erläuterung der Lichtbrechung 25, 539.
 Miller, A., Ueber den Einfluss von Spannung und Deformation auf die Wirkung der physikalischen Kräfte 25, 450.
 Möller, W., Emanationsgesetz glühender Körper 26, 266. — Wild'sches Photometer 24, 446.
 Müller-Erzbach, W., Genauigkeit der Wägungsmethode für die Bestimmung der relativen Dampfspannung und Anwendung derselben zum Vergleiche von che-

mischer Affinität und mechanischer Adhäsion 25, 357. — Dissociation wasserhaltiger Salze und daraus abgeleitete Folgerungen über die Constitution der Salzbestandtheile 26, 409.

Muraoka, H., Der japanische magische Spiegel 25, 138.

N.

- Narr, F., Jolly'sche Quecksilberluftpumpe 25, 542.
 Natanson, E. u. L., Dissociation des Untersalpetersäuredampfes 24, 454.

O.

- Oberbeck, A., Resonanzähnliche Erscheinung bei electricen Schwingungen 26, 245.
 Oosting, H. J., Kundt'sche Staubfiguren 24, 319.

P.

- Pfaundler, L., Einwirkung stark comprimierter Kohlensäure auf Glas unter dem Einfluss von Licht 24, 493.
 Pfeiffer, E., Electriche Leitungsfähigkeit der Mischungen von Wasser und Alkohol 25, 232. — Electriche Leitungsfähigkeit des absoluten Alkohols 26, 31. — Electriche Leitungsfähigkeit der Mischungen von Aethylalkohol mit Aethyläther 26, 226.

Q.

- Quincke, G., Electriche Untersuchungen 24, 347, 606.

R.

- Rammelsberg, C., Essigsäure Doppelsalze des Urans 24, 293.
 Lord Rayleigh, Methode der Dämpfung bei der Bestimmung des Ohms 24, 214.
 Réthy, M., Bemerkungen zur Abhandlung J. Fröhlich's „Kritisches zur Theorie des gebeugten Lichts“ 24, 282.
 Richarz, F., Bildung von Ozon, Wasserstoffsperoxyd und Ueberschwefelsäure bei der Electrolyse

- verdünnter Schwefelsäure 24, 183.
— S. auch A. König.
Riecke, E., Electromagnetische
Rotation einer Flüssigkeit 25, 496.
Rüdorff, F., Löslichkeit von Salz-
gemischen 25, 626. — Vorlesungs-
versuch 26, 335.

S.

- Schleiermacher, A., Abhängigkeit
der Wärmestrahlung von der Tem-
peratur und das Stefan'sche Ge-
setz 26, 287.
Schultze, W. H., Wechselwirkung
zweier zu einander senkrechter
magnetischer Vertheilungen 24,
643.
Schuster, A., Entladung der Elec-
tricität durch Gase 24, 74.
Siemens, W., Theorie des Mag-
netismus 24, 93.
Stenger, F., Electricitätsleitung der
Gase 25, 31.
Stern, G., Commutatorstellung bei
electrodynamischen Maschinen 26,
607.
Strecker, K., Reproduction der
Siemens'schen Quecksilbereinheit
25, 252. 456.

T.

- Tammann, G., Dampftensionen
von Salzlösungen 24, 523.
Thiesen, M., Zustandsgleichung
24, 467. — Gesetze des Luftw-
derstandes nach Versuchen mit
dem Schellbach'schen Rotations-
apparate 26, 309.

V.

- Vogel, F., Aenderung der Licht-
brechung in Glas und Kalkspath
mit der Temperatur 25, 87.
Vogel, H. W., Zusammenhang zwi-
schen Absorption der Farbstoffe
und deren sensibilisirender Wir-
kung auf Bromsilber 26, 527.
Voigt, W., Brechungsindices ab-
sorbirender Medien 24, 144. —
Reflexion und Brechung an der

Grenze durchsichtiger krystallini-
scher Medien 24, 156. — Erwide-
rung auf Hrn. Wüllner's Bem-
erkung, bezüglich Hrn. Jamin's
Beobachtungen üb. Metallreflexion
24, 495. — Optische Eigenschaften
sehr dünner Metallschichten 25, 95.

W.

- Weber, C. L., Electricisches Leitungs-
vermögen und Temperaturefficient
des festen Quecksilbers
25, 245.
Weber, L., Intensitätsmessungen
des diffusen Tageslichtes 26, 674.
Weber, R., Electriche Sirene 24, 671.
Wesendonck, K., Verhalten der
Gasentladungen gegen einen glüh-
enden Platinstreifen 26, 81. —
Fluorescenz des Naphtalinrothes
26, 521.
Wernicke, W., Phasenänderungen
bei der Reflexion und Schwingungs-
ebene des polarisirten Lichtes 25,
203. — Berichtigung zweier For-
meln 25, 674.
Wiechert, Leitungsfähigkeit des
Serpentins 26, 336.
Wiedemann, E., u. Ch. Lüdeking,
Wasseraufnahme und Lösung der
Colloide 25, 145.
Wentzel, J. s. E. Mach.
Wild, H., Antwort auf einige
Bemerkungen des Hrn. F. Kohl-
rausch 24, 209.
Willson, R. W., Empfindliches
Galyanometer mit messbarem Re-
ductionsfactor 26, 44.
Winkelmann, A., Diffusion der
Fettsäuren und Fettalkohole in
Luft, Wasserstoff und Kohlensäure
26, 105.
v. Wroblewski, S., Gebrauch des
siedenden Sauerstoffs, Stickstoffs,
Kohlenoxyds, sowie der atmosphä-
rischen Luft als Kältemittel 25,
371. — Electriccher Widerstand
des Kupfers bei den höchsten
Kältegraden 26, 27. — Verhalten
der flüssigen atmosphärischen Luft
26, 134.

V
2
6

1
8
8
5

XUM

ni-
le-
er-
n's
ion
ten
95.

ga-
eff-
ers

ren
74.
71.
der
—
aes

gen
ga-
25.
or-
des

ng,
der

aige
ohl-

thes
Re-

der
in
ure

des
offs,
oba-
25,
and
sten
lten
Luft

Fig. 3.

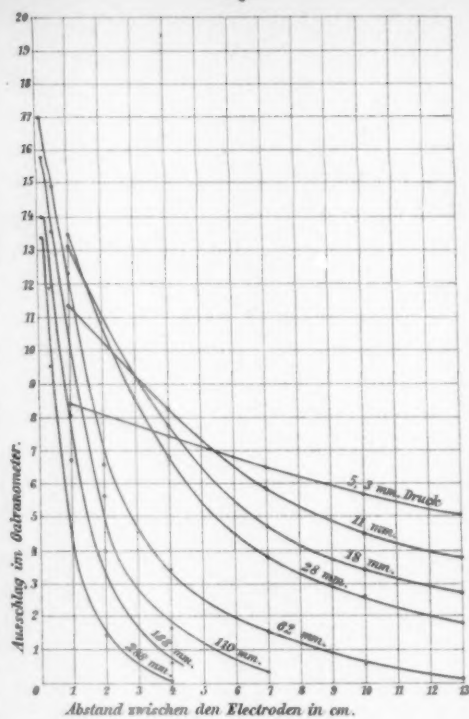


Fig. 4.



r. Widerstand einer 1 cm. langen Luftsäule.
e. Uebergangswiderstand an den Electroden.

Fig. 4.

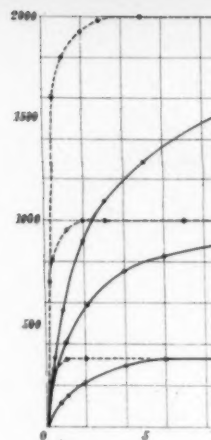
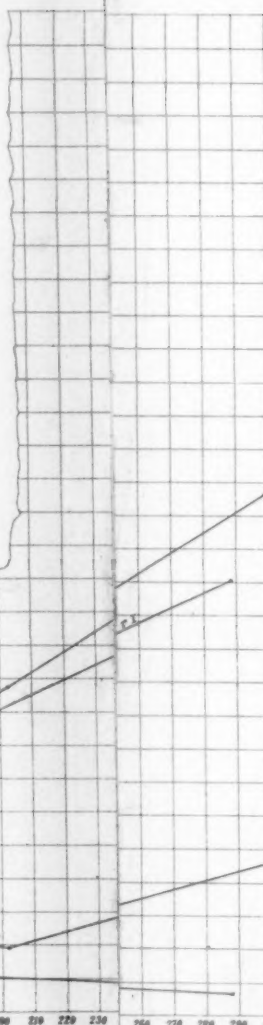


Fig. 2.

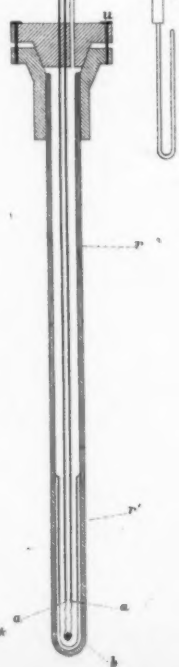


Fig. 1.

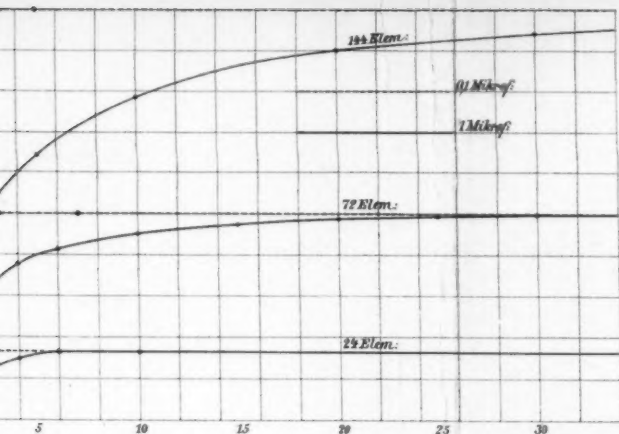
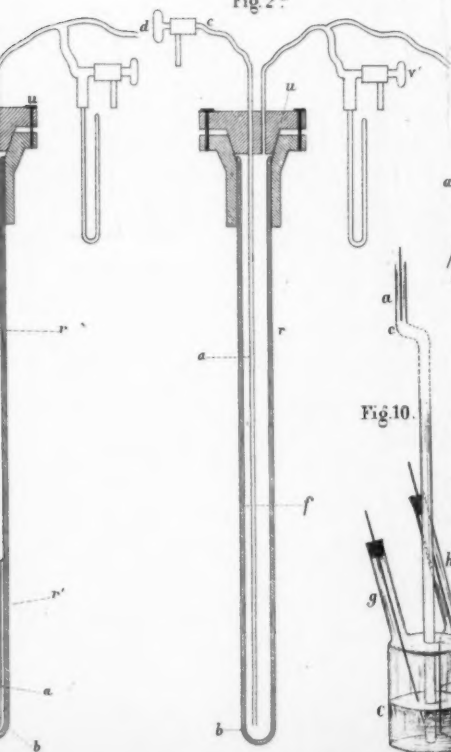
Fig. 2^a

Fig. 10.

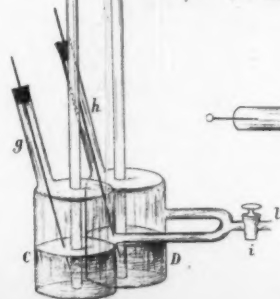


Fig. 5.

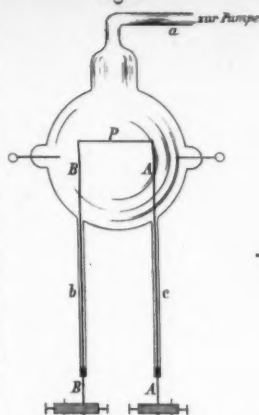


Fig. 6.



Fig. 7.

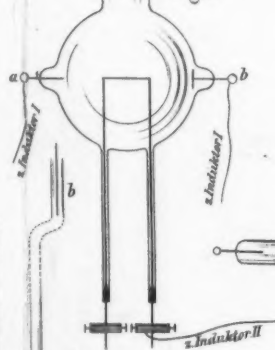
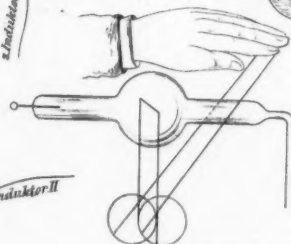
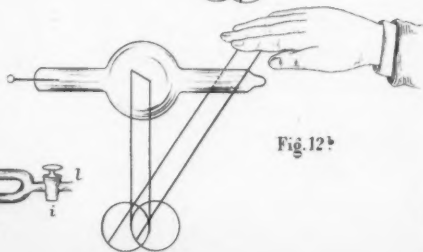
Fig. 12^aFig. 12^b

Fig. 9.

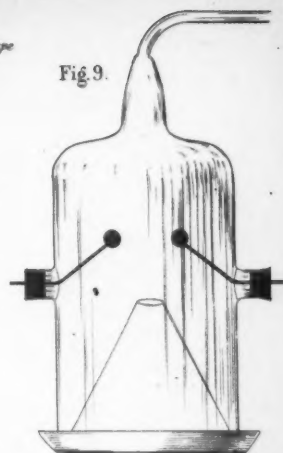


Fig. 11.

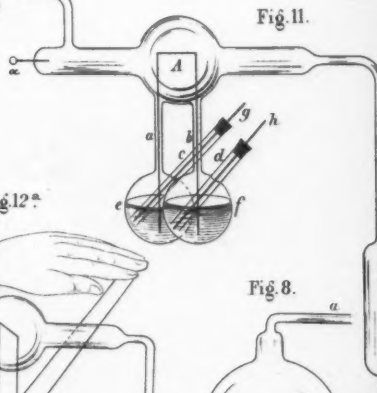
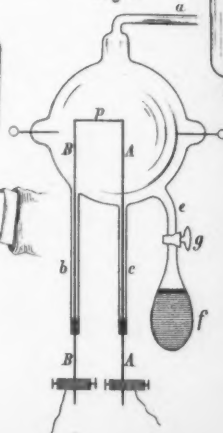
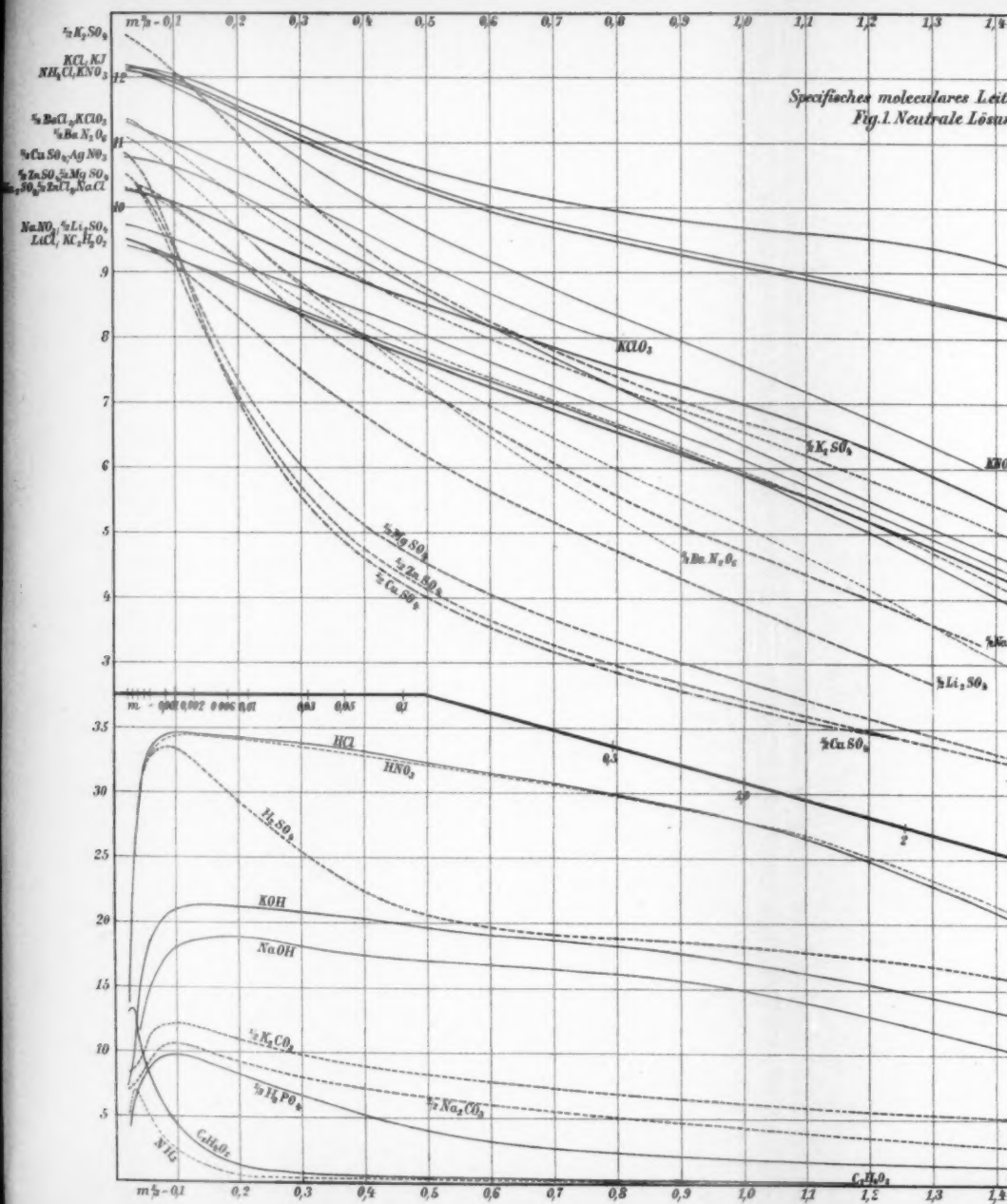


Fig. 8.





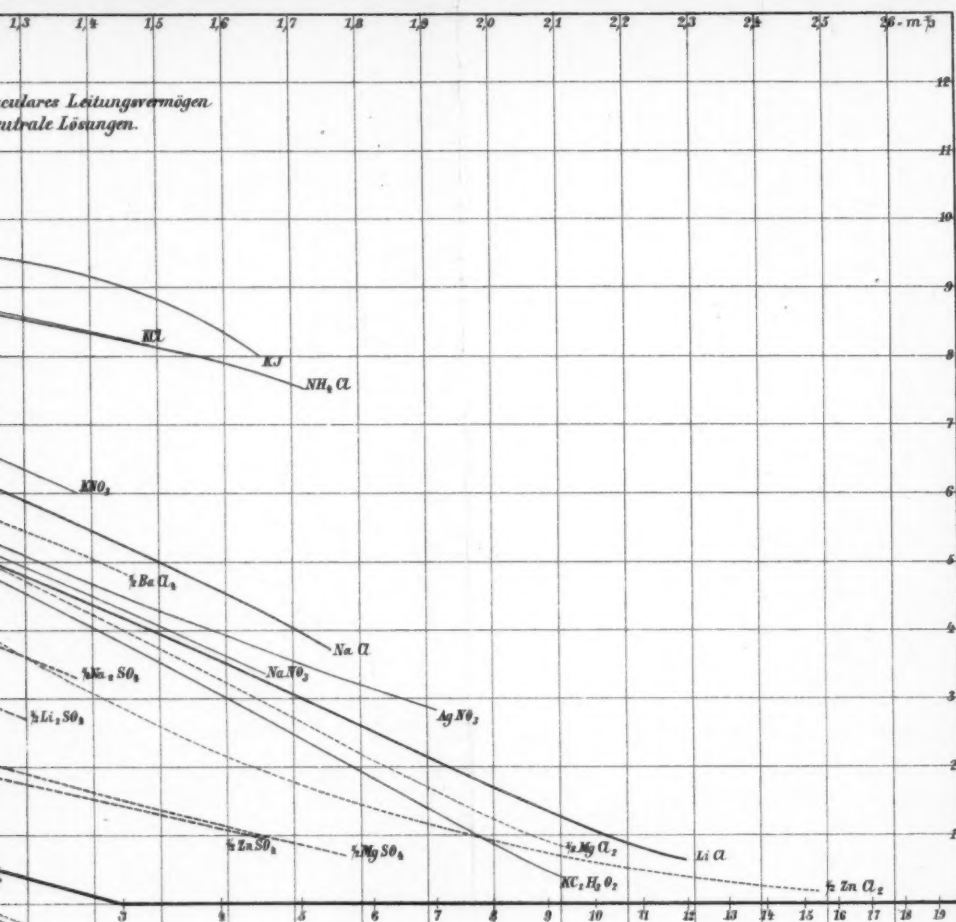


Fig. 2. Saure und alkalische Lösungen.

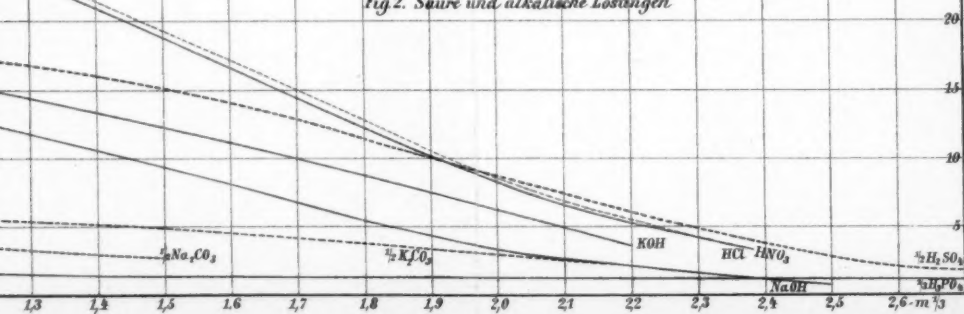


Fig. 1.

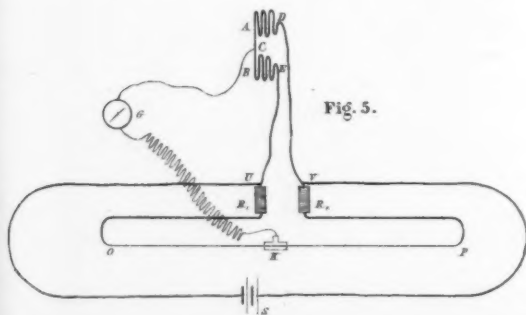
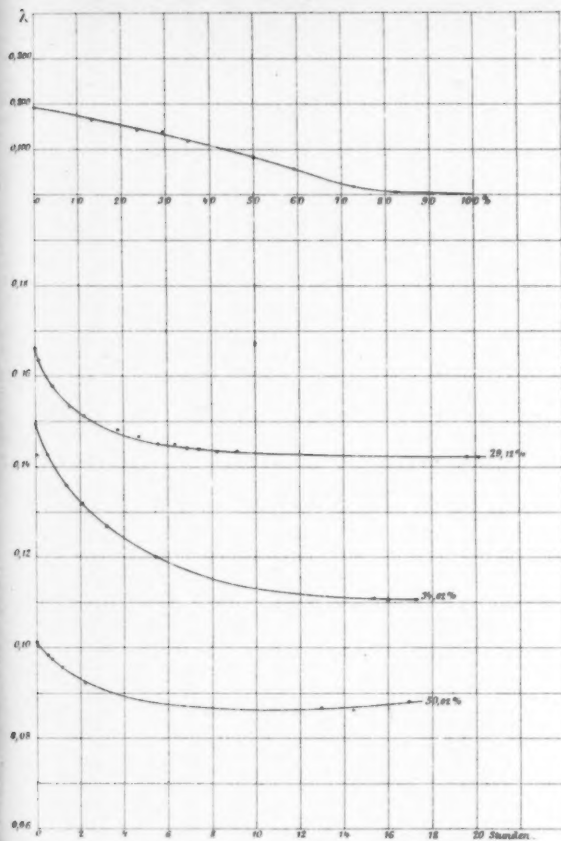


Fig. 5.

Fig. 2.



Fig. 4.

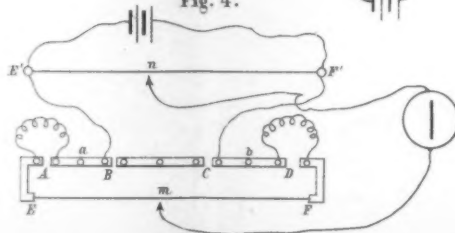


Fig. 3.

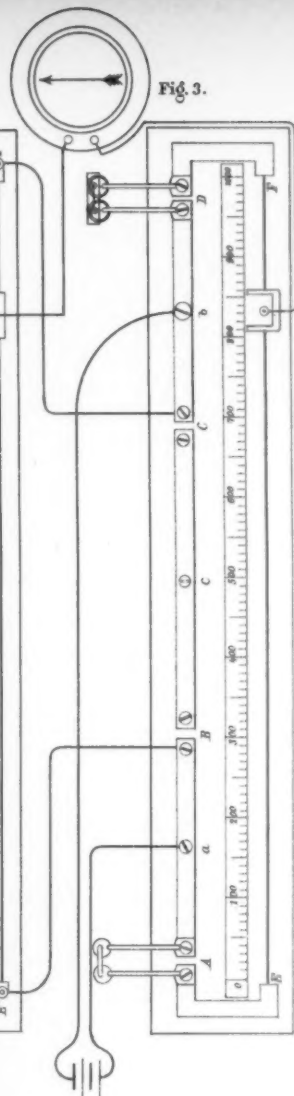


Fig. 6.

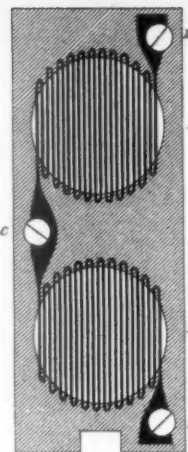


Fig. 1.

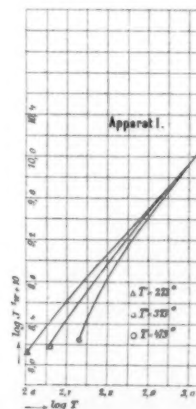
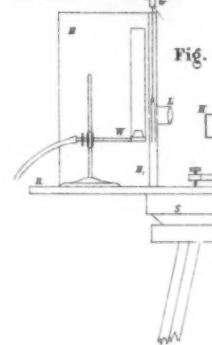


Fig. 7.

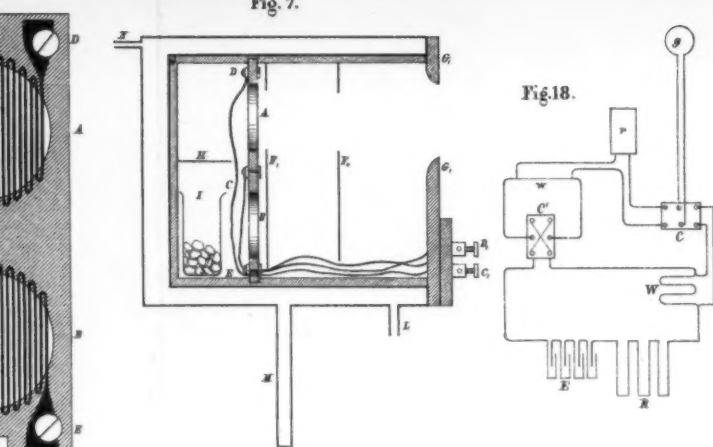


Fig. 18.

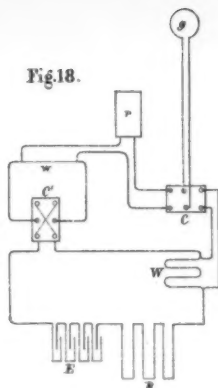


Fig. 8.

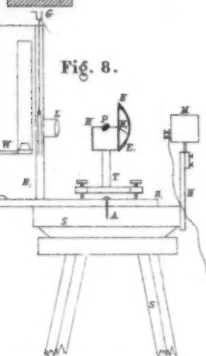


Fig. 17.

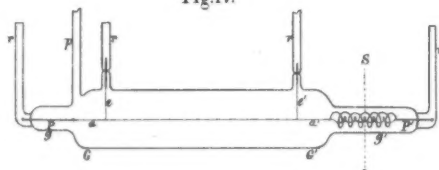


Fig. 19.

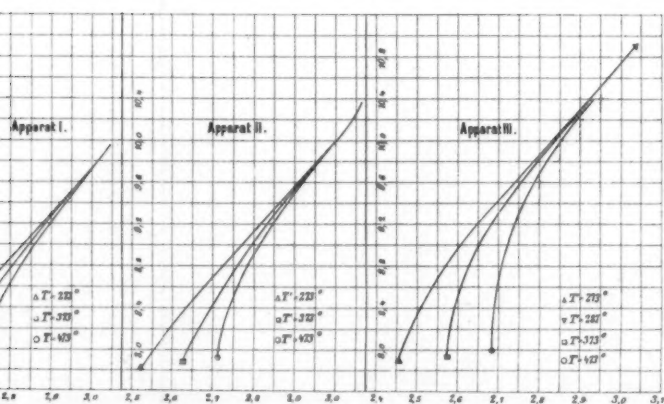


Fig. 9.

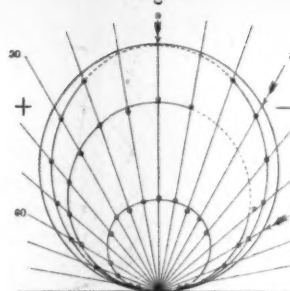


Fig. 10.

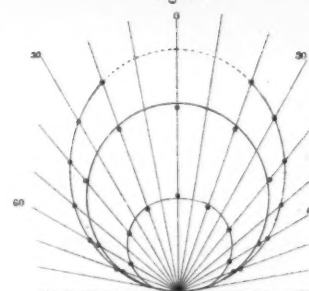


Fig. 11.

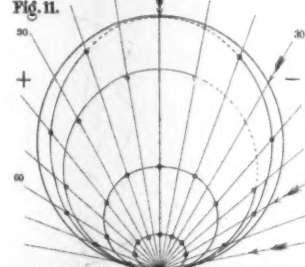


Fig. 12.

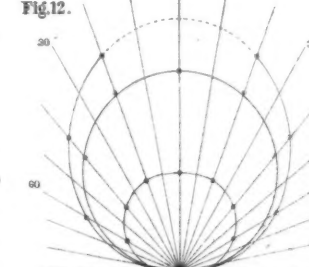


Fig. 13.

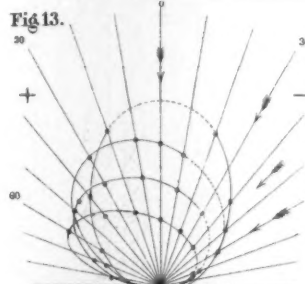


Fig. 14.

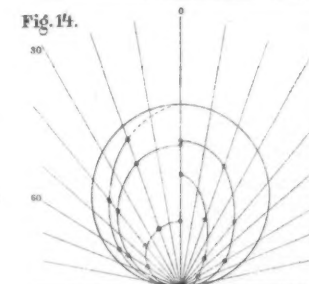


Fig. 15.

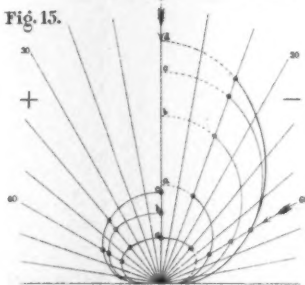
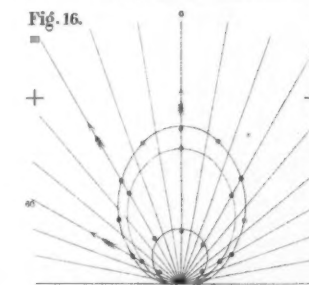


Fig. 16.



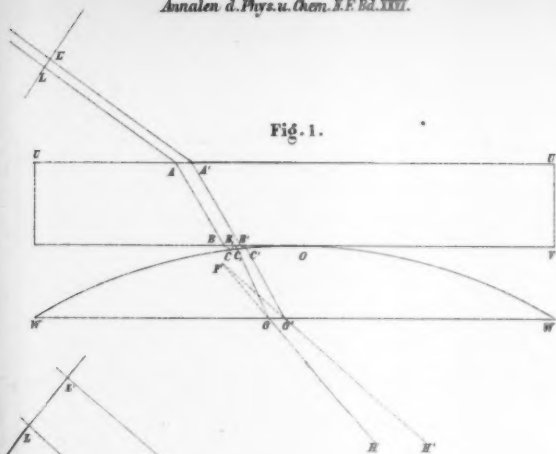


Fig. 1.

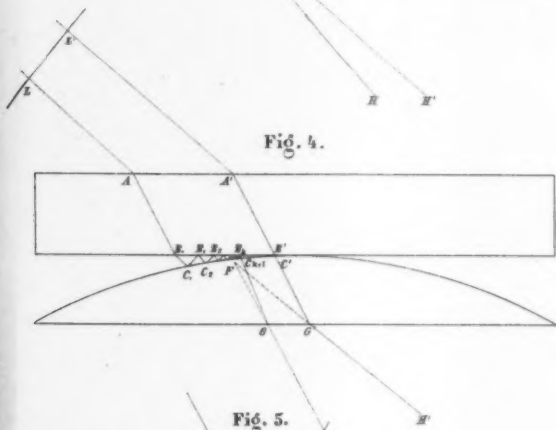


Fig. 4.

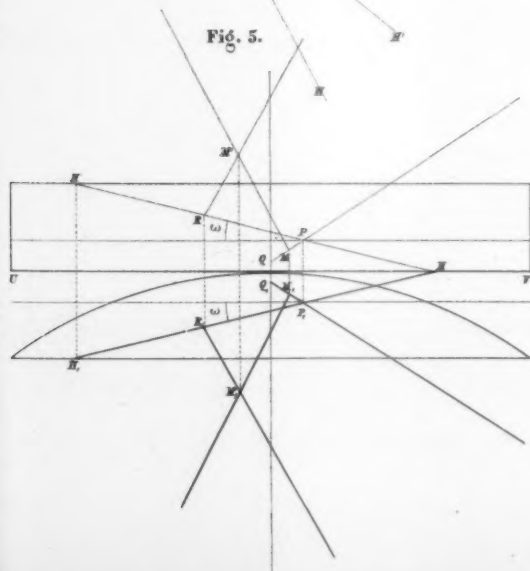


Fig. 5.

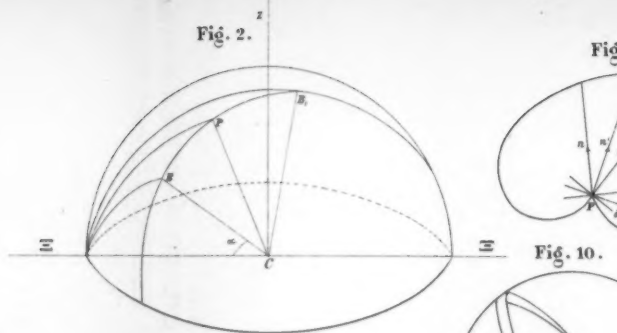


Fig. 2.

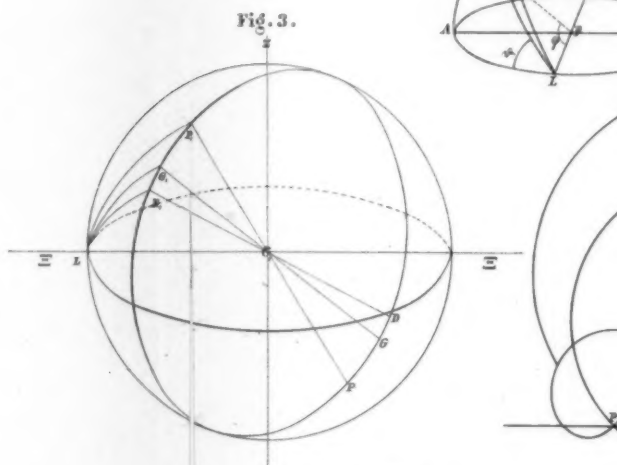


Fig. 3.

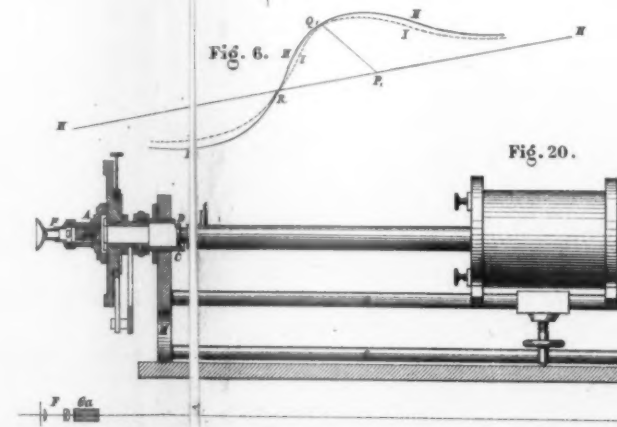


Fig. 6.

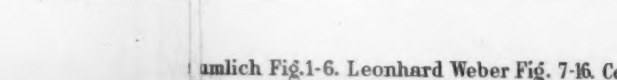


Fig. 20.

Fig. 7.

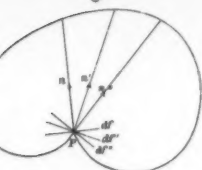


Fig. 8.

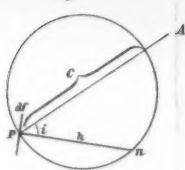


Fig. 14.

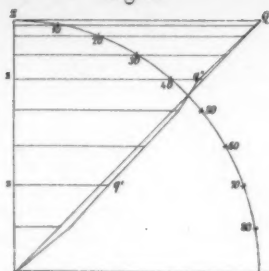


Fig. 18.

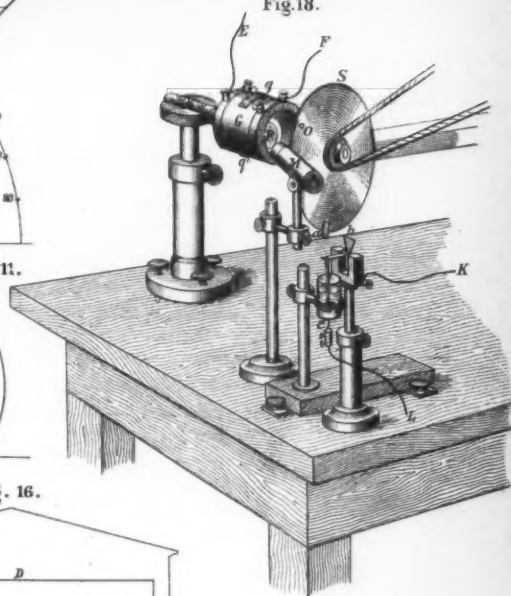


Fig. 11.

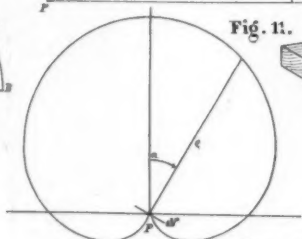


Fig. 16.

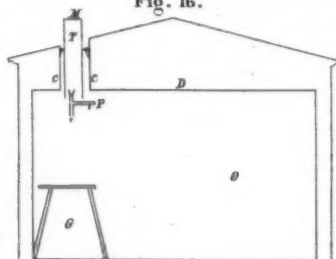


Fig. 15.

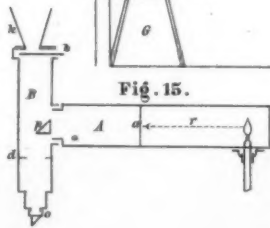


Fig. 19.

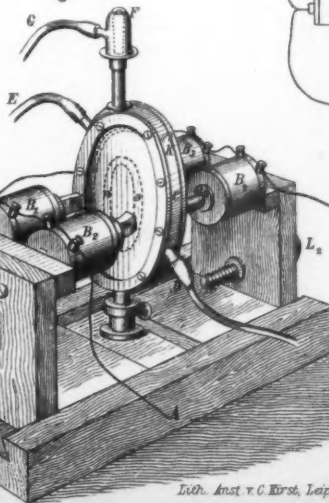


Fig. 17.

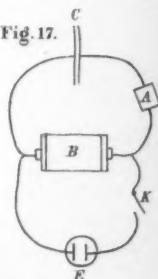


Fig. 10.

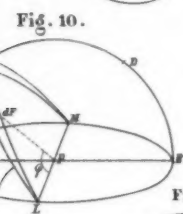


Fig. 9.

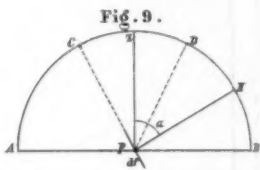


Fig. 12.

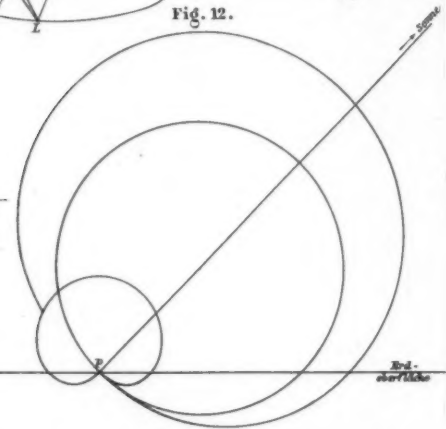


Fig. 13.

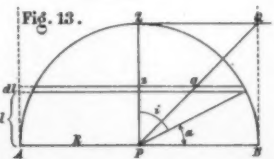


Fig. 20.

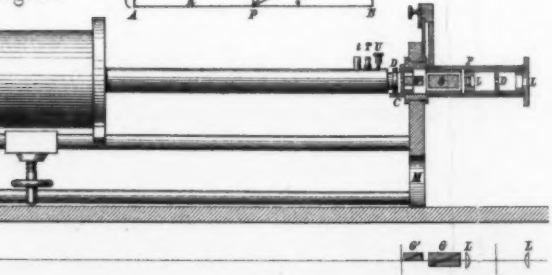


Fig. 7-16. Colley Fig. 17-19. Koepsel Fig. 20.

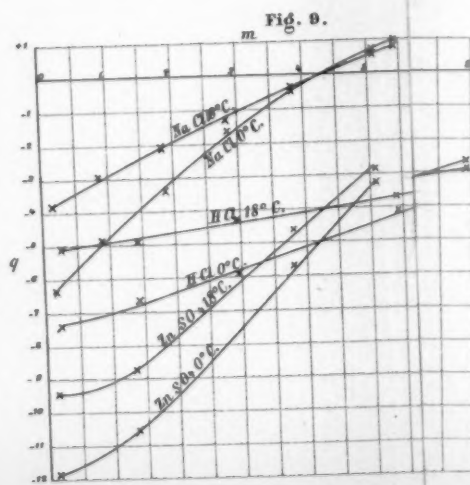
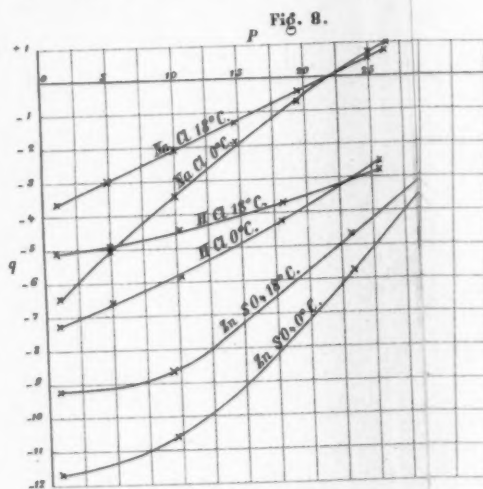
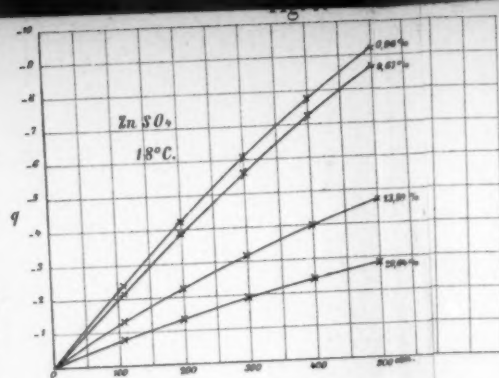
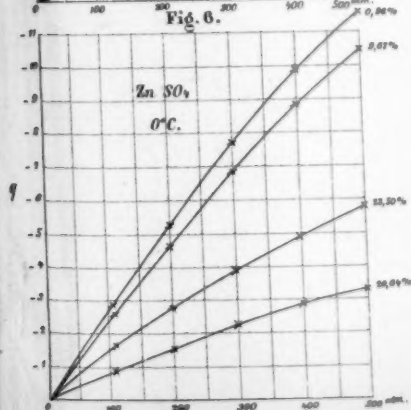
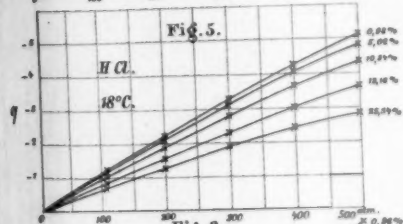
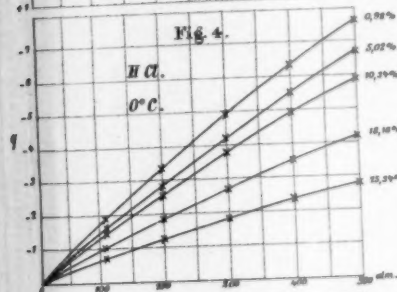
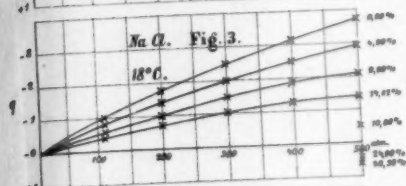
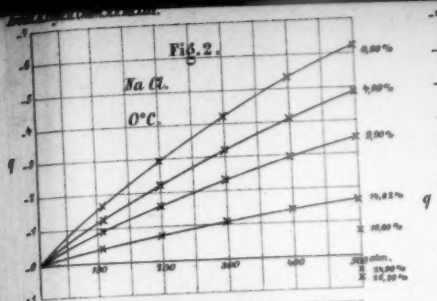
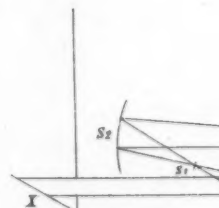
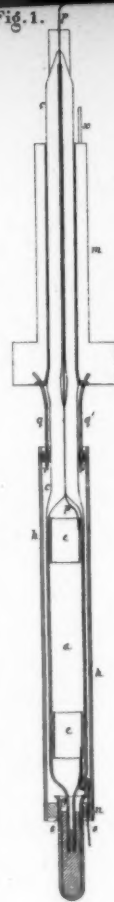


Fig. 1.



Fink Fig. 1-9 W

Fig. 11.

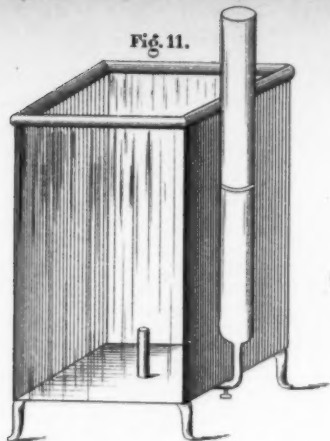


Fig. 12^a.

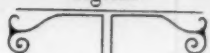


Fig. 12^b.

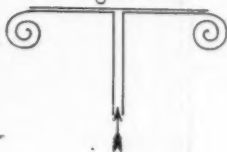


Fig. 15.

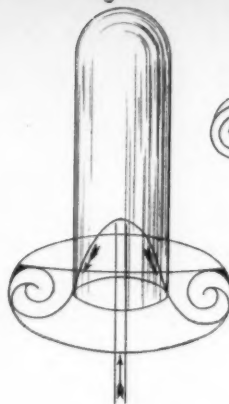


Fig. 17.



Fig. 16^b.

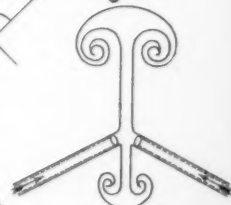


Fig. 13.

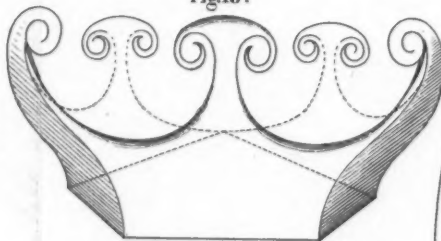


Fig. 16^a.

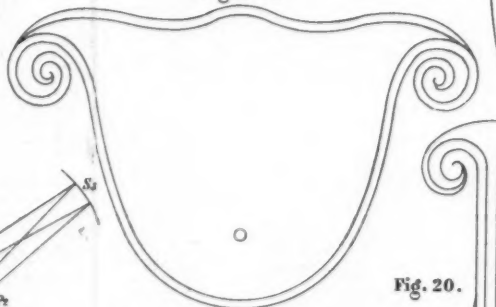


Fig. 19.

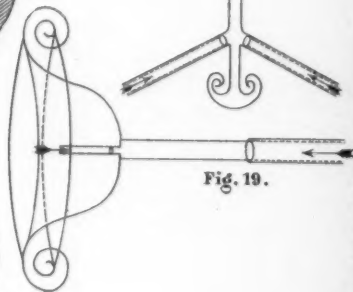


Fig. 14.

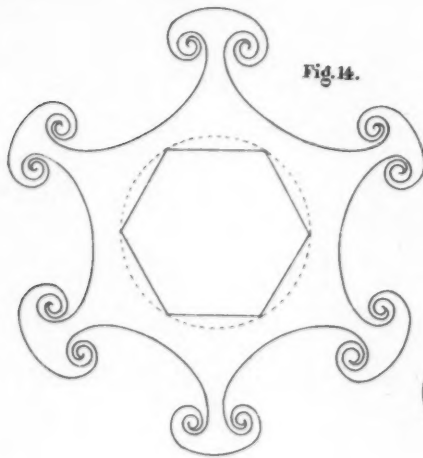


Fig. 20.

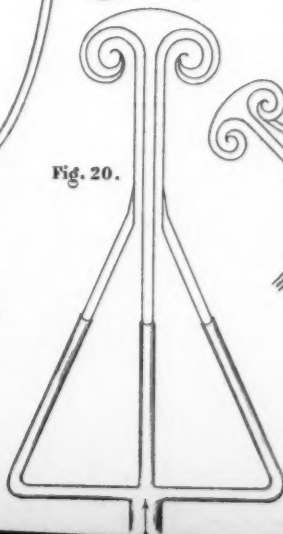


Fig. 18.

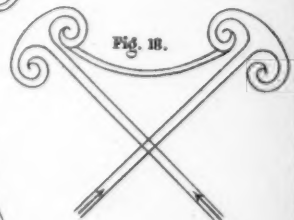


Fig. 21.

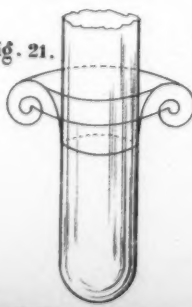


Fig. 10.

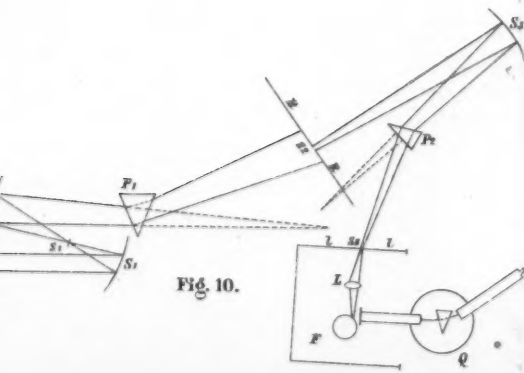


Fig. 1.

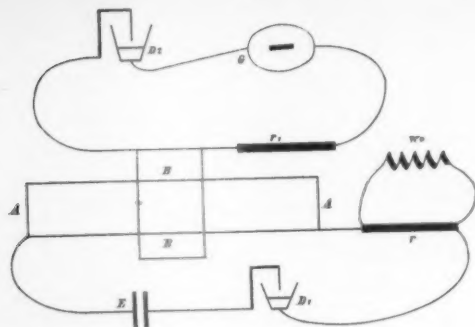


Fig. 2.

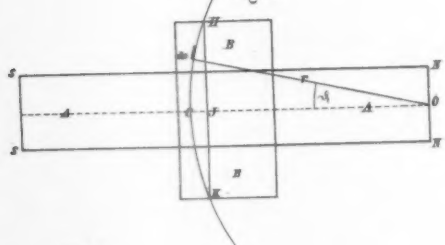


Fig. 3.

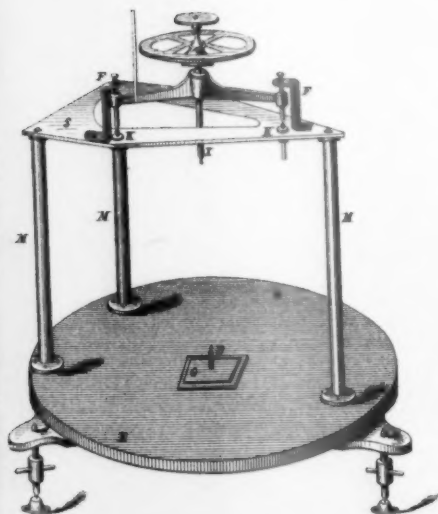


Fig. 4.

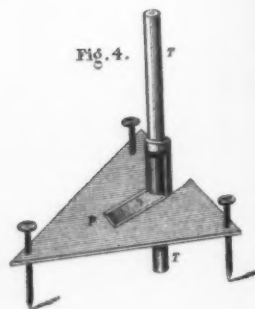


Fig. 5.

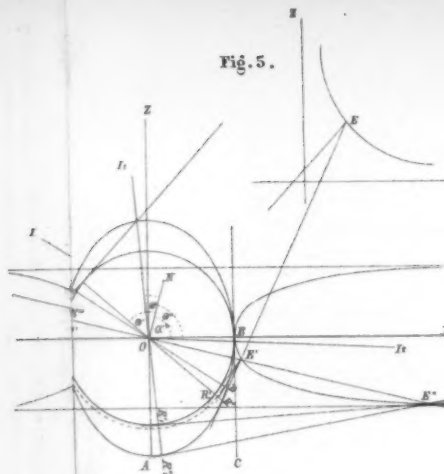


Fig. 6.

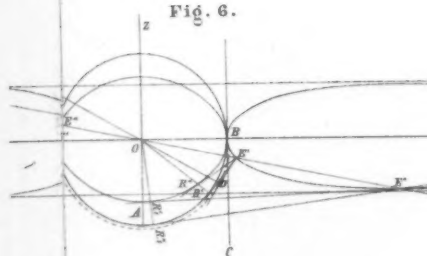


Fig. 12.

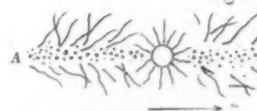


Fig. 14.

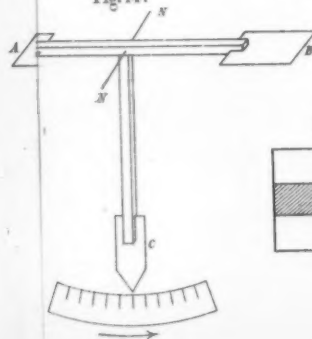
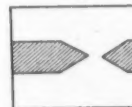


Fig. 11.



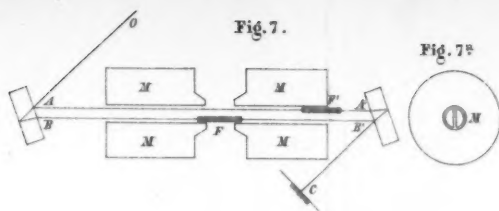


Fig. 7^a

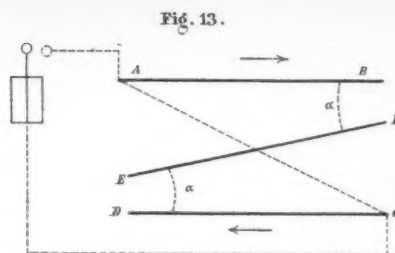
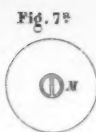


Fig. 13.

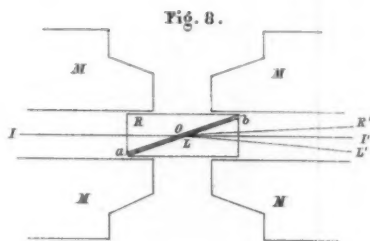


Fig. 8.

Fig. 9.

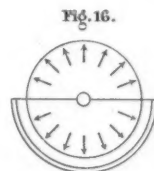


Fig. 16.

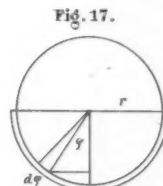


Fig. 17.

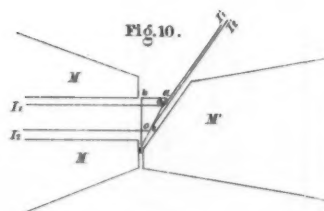


Fig. 10.

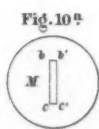


Fig. 10^a

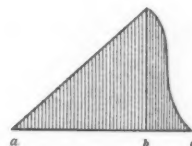


Fig. 19.

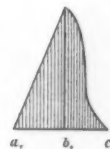


Fig. 12.

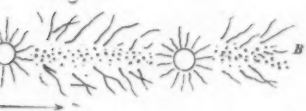


Fig. 18.

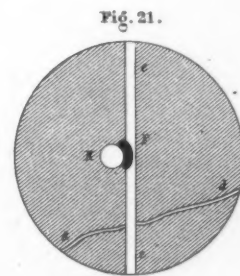
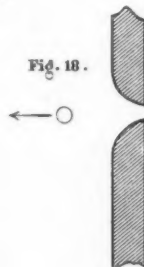


Fig. 21.

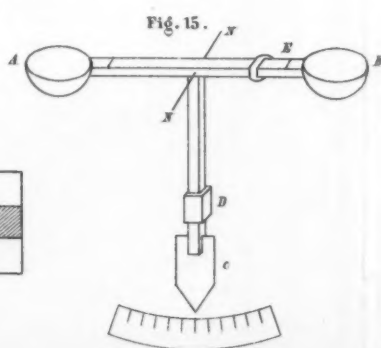


Fig. 15.

Fig. 11.

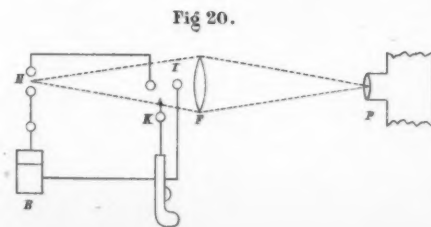
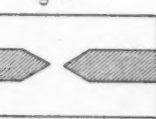


Fig. 20.